

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO  
ODDELEK ZA FIZIKO  
*Naravoslovna smer*

Andrej Petelin

**Identifikacija hadronov z detektorjem  
obročev Čerenkova v spektrometru BELLE**

DIPLOMSKO DELO

MENTOR: prof. Peter Križan

Ljubljana, 2007



Mentorju Petru Križanu se iskreno zahvaljujem za vso pomoč in nasvete pri izdelavi diplomskega dela. Posebej se zahvaljujem Roku Pestotniku za pomoč pri izdelavi orodja za simuliranje in za vse kritične pripombe na besedilo. Prav tako se za vse pripombe zahvaljujem Samu Korparju. Hvala tudi vsem bližnjim, ki so me pri mojem študiju podpirali.





## Povzetek

V diplomskem delu je predstavljena metoda identifikacije hadronov z detektorjem obročev Čerenkova (Ring Imaging Cherenkov - RICH), ki bo ena izmed načrtovanih izboljšav v spektrometru BELLE. Z detektorjem obročev Čerenkova bo zagotovljena dobra identifikacija delcev, predvsem ločevanje med pionom ( $\pi$ ) in kaonom (K), v celotnem kinematičnem območju razpadnih produktov spektrometra BELLE, tj. do približno  $4 \text{ GeV}/c$ . Identifikacija delcev v detektorju obročev Čerenkova deluje na principu merjenja kota izsevanih fotonov Čerenkova in števila detektiranih fotonov. S pravilno izbiro sevalca in ftonskega detektorja lahko dosežemo zahtevano ločevanje  $K/\pi$  za eksperiment BELLE, ki mora znašati vsaj  $4\sigma$ . Kot sevalec fotonov smo izbrali aerogel, predvsem zaradi dobrih optičnih lastnosti (majhna disperzija in možnost izbiranja lomnega količnika), za detekcijo fotonov pa smo predpostavili uporabo novega tipa detektorja svetlobe – silicijeve fotopomnoževalke (SiPM), katere prednost pred klasičnimi fotopomnoževalkami je predvsem imunost na močno magnetno polje, ki znotraj spektrometra BELLE dosega  $1.5 \text{ T}$ . S programskim orodjem GEANT4 smo preučevali različne konfiguracije detektorja (izbira debeline sevalca, lomnega količnika, ozadja, velikosti celice ftonskega detektorja). Pri optimalni izbiri parametrov lahko pričakujemo več kot  $15$  detektiranih fotonov v območju obroča, kar nam tudi pri velikem šumu detektorja fotonov (v območju pionskega obroča je število zadetkov, ki pripadajo šumu, primerljivo številu fotonov Čerenkova) omogoča razločevanje  $5\sigma$  med pionom in kaonom pri  $4 \text{ GeV}/c$ .

**Ključne besede:** identifikacija delcev, detektor obročev Čerenkova, BELLE

## Abstract

In the present thesis, a new hadron identification method with Ring Imaging Cherenkov (RICH) counter, which is one of the foreseen upgrades of the spectrometer BELLE, is described. The identification method is based on measurements of Cherenkov angle. For the whole kinematic area of particles in BELLE experiment (up to  $4 \text{ GeV}/c$ ), at least  $4\sigma$  separation of measured Cherenkov angles for kaons (K) and pions ( $\pi$ ) is needed. We have chosen aerogel as a radiator, and for photon detection, a new type of photon detector – a silicon photomultiplier (SiPM) is assumed. One of the benefits using aerogel is a suitable value of refractive index and a very low dispersion, while the great advantage of the silicon photomultiplier is its immunity to magnetic field, which is about  $1.5 \text{ T}$  in the BELLE spectrometer. Using the GEANT4 simulation toolkit we have studied the identification method for different types of detector configurations, and parameters of the photon detector (single photon detection efficiency, detector pad size, detector noise) and aerogel (refractive index, aerogel width). It has been shown that at least  $15$  detected photons per ring is expected, so that identification is possible, regardless of a noise level. Number of detected hits due to the noise of the photon detector on the area of the ring is comparable to the number of Cherenkov photons on the ring. It has been shown that even then a  $5\sigma$  pion/kaon separation is possible up to  $4 \text{ GeV}/c$ .

**Keywords:** Particle identification, Ring Imaging Cherenkov counter, BELLE

**PACS:**

- 29.40.Ka



# Kazalo

<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>1. Spektrometer BELLE</b>	<b>3</b>
<b>2. Detektor obročev Čerenkova</b>	<b>5</b>
2.1. Sevalec	8
2.1.1. Sevanje Čerenkova	8
2.1.2. Rayleighovo sipanje in absorpcija	9
2.2. Detektor fotonov	11
2.2.1. Silicijeva fotopomnoževalka	11
2.2.2. Uporaba SiPM v detektorju obročev Čerenkova	13
2.3. Pričakovana natančnost meritve	14
2.3.1. Ločljivost	14
2.3.2. Ozadje	15
<b>3. Identifikacija</b>	<b>17</b>
3.1. Metoda maksimalne zanesljivosti	17
3.2. Identifikacija v RICH	19
3.2.1. Funkcija zanesljivosti	19
3.2.2. Porazdelitev fotonov	21
3.2.3. Ločevanje $K/\pi$	23
<b>4. Analitična obravnava</b>	<b>25</b>
4.1. Izračun funkcije zanesljivosti	25
4.2. Enostaven model detektorja	28
4.2.1. Brez ozadja	28
4.2.2. Vpliv ozadja	29
4.2.3. Primerjava s polno simulacijo detektorja	31
4.3. Optimizacija detektorja	32
4.4. Sklep	36
<b>5. Simuliranje detektorja</b>	<b>37</b>
5.1. Opis programskega orodja	37
5.2. Obdelava podatkov	40
5.3. Rezultati simulacij	41
5.4. Sklep	46
<b>Zaključek</b>	<b>47</b>
<b>A. Rezultati simulacij</b>	<b>49</b>
<b>B. Izkoristek zbiralnika svetlobe</b>	<b>63</b>
<b>C. Izpeljava povprečnih vrednosti</b>	<b>67</b>

<b>D. Enostaven model</b>	<b>71</b>
<b>Literatura</b>	<b>73</b>

# Uvod

Identifikacija hadronov z detektorjem obročev Čerenkova bo ena izmed bistvenih komponent izboljšanega spektrometra BELLE pri meritvah redkih procesov v sistemu mezonov  $B$  in  $D$ . Tako moramo, na primer, pri meritvi zloma simetrije  $CP$  v sistemu nevtralnih mezonov ugotoviti, kakšen je bil okus razpadlega mezona, ali je razpadel  $B^0$ , ali pa njegov antidelec  $\bar{B}^0$ . Zato moramo izmeriti naboj kaona, ki nastane v razpadni verigi pridruženega mezona  $B$ , in ga ločiti od ostalih hadronov (pionov in protonov). Podobno moramo znati razločevati razpadne kanale  $B \rightarrow \pi\pi$ ,  $B \rightarrow \pi K$  in  $B \rightarrow KK$  [7]. Seveda pa moramo znati identificirati tudi ostale možne končne produkte - nabite delce z dolgim razpadnim časom ( $e, \mu, \pi, K, p$ ).

V diplomskem delu je predstavljena nova metoda za identifikacijo hadronov z detektorjem obročev Čerenkova. Hitri nabiti delci v snovi (sevalec) z lomnim količnikom  $n$  sevajo fotone (fotoni Čerenkova) pod kotom  $\theta_C$ , ki je odvisen od hitrosti delca ( $\cos \theta_C = \frac{c}{nv}$ ). Z merjenjem ukrivljenosti tira nabitega delca v magnetnem polju lahko določimo gibalno količino  $p$ , z merjenjem kota izsevanih fotonov pa določimo hitrost delca  $v$ , iz česar lahko določimo maso (identiteto) iskanega delca ( $p = \gamma mv$ ). Poleg podatka o kotu izsevanega fotona uporabimo tudi podatek o številu detektiranih fotonov  $N_d$ , ki je odvisno od kota Čerenkova ( $N_d \propto \sin^2 \theta_C$ ).

Aerogel bo služil kot sevalec fotonov, saj ima primeren lomni količnik  $n \approx 1.05$  in zelo dobre optične lastnosti (majhna disperzija) [12]. Za detektor fotonov pa predpostavimo uporabo silicijeve fotopomnoževalke (SiPM), ki je še v fazi razvoja, vendar obeta visok izkoristek za detekcijo posameznih fotonov. Kvantni izkoristek za generacijo fotoelektrona je trikrat večji kot pri klasičnih fotopomnoževalkah, poleg tega pa je silicijeva fotopomnoževalka neobčutljiva na močno magnetno polje [14], ki v notranosti spektrometra BELLE dosega 1.5 T [9].

Identifikacija delcev je izvedena na sledeč način: za vsak vpadni delec ter za vsako izmed možnih masnih hipotez izračunamo pričakovano verjetnostno porazdelitev za zadetke na površini ftonskega detektorja. Pričakovano porazdelitev nato primerjamo z izmerjenimi vrednostmi (koordinate zadetkov na detektorju) in na podlagi tega določimo identiteto iskanega delca. Metoda maksimalne zanesljivosti, ki je osnova identifikacije, nam omogoča izbiro najprimernejšega kandidata za iskani delec. V spektrometru BELLE je zaradi narave eksperimenta bistveno ločevanje med kaonom in pionom [9, 7]. Izkoristek za identifikacijo kaona oz. piona je odvisen od parametrov detektorja (izbira lomnega količnika in debeline sevalca, izkoristka za detekcijo posameznega fotona, šuma na ftonskem detektorju...) ter od kinematičnega območja delcev.

S spreminjanjem parametrov lahko optimiziramo identifikacijsko metodo v danem kinematičnem področju. Cilj diplomskega dela je bil opisati metodo identifikacije, poiskati optimalne parametre detektorja in potrditi ustreznost identifikacijske metode za spektrometer BELLE. Diplomsko delo se začne z opisom spektrometra BELLE in detektorja obročev Čerenkova, razlago sevanja Čerenkova in kratkim opisom delovanja silicijeve fotopomnoževalke. Jedro diplomskega dela pa predstavlja opis identifikacijske metode, izračun pričakovanega izkoristka identifikacije in rezultati simulacij.



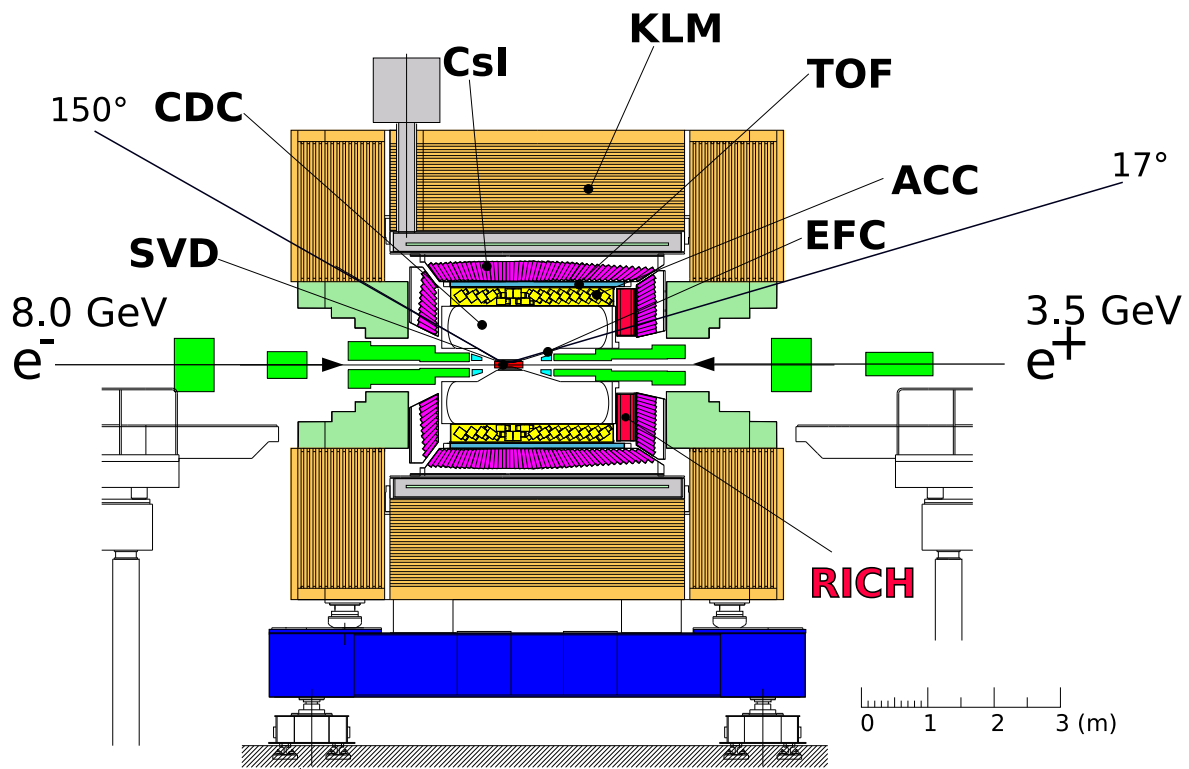
# 1. Spektrometer BELLE

Spektrometer BELLE služi detekciji delcev v energijsko asimetričnem trkalniku elektronov in pozitronov KEKB v Tsukubi na Japonskem. BELLE zbira podatke za raziskovanje procesov v razpadih nevtralnih mezonov  $D$  in  $B$ . Predvsem so zanimivi pojavi povezani z zlomom simetrije  $CP$  in procesi, pri katerih lahko opazujemo odstopanje od Standardnega modela. Energija elektrona v curku je  $8.0\text{ GeV}$ , energija pozitrona pa  $3.5\text{ GeV}$ . Težiščna energija trka tako znaša  $10.58\text{ GeV}$  [10]. Zaradi zahteve po hitrejšem zajemu podatkov in natančnejšem merjenju je načrtovana izboljšava tako trkalnika KEKB, kot tudi spektrometra BELLE. Z večjim tokom elektronov (pozitronov) v curku in z manjšim radijem curka v točki interakcije bo možno zbirati podatke do petdesetkrat hitreje [10], kar je nujno, če želimo v nekaj letih zagotoviti dovolj majhno statistično napako v meritvah redkih procesov.

Shema spektrometra BELLE je prikazana na sliki 1.1. Glavni deli spektrometra so:

- detektor točke razpada (Silicon Vertex Detector, SVD na sliki 1.1), ki igra ključno vlogo pri meritvah časovno odvisne kršitve simetrije  $CP$  v sistemu mezonov  $B$ ,
- proporcionalna komora (Central Drift Chamber, CDC) za določanje trajektorij in merjenje ionizacijskih izgub delcev,
- sklop detektorjev za identifikacijo delcev,
- sistem za zajemanje in obdelavo podatkov.

V okviru izboljšave spektrometra BELLE je potrebna predvsem zamenjava oz. nadgradnja detektorja točke razpada, sistema za zbiranje podatkov in nenazadnje, detektorjev za identifikacijo delcev [9]. Prvotno postavljeni sistem identifikacije hadronov temelji na pragovnem števcu fotonov Čerenkova (Aerogel Cherenkov Counter, ACC), merjenju časa preleta (time-of-flight, TOF) ter merjenju ionizacijskih izgub v CDC, medtem ko za detekcijo elektronov poskrbi elektromagnetni kalorimeter s kristalom CsI, detekcija mionov pa je izvedena v detektorju delcev  $K_L$  in mionov (KLM). Ta zasnova detekcijskega sistema ne omogoča razločevanja med kaonom in pionom v območju delcev sipanih naprej (med kotom  $17^\circ$  in  $34^\circ$  glede na elektronski žarek) pri gibalnih količinah nad  $2\text{ GeV}/c$ . Glede na to, da je tipična gibalna količina produktov razpada mezona  $B$  v tem območju malo nad  $4\text{ GeV}/c$ , načrtujemo izboljšavo z detektorjem obročev Čerenkova, ki bo razločeval med pioni in kaoni v skoraj celotnem kinematičnem območju, relevantnem za eksperiment BELLE, poleg tega pa bo razločeval med pioni, mioni in elektroni pod gibalno količino  $1\text{ GeV}/c$  [9].



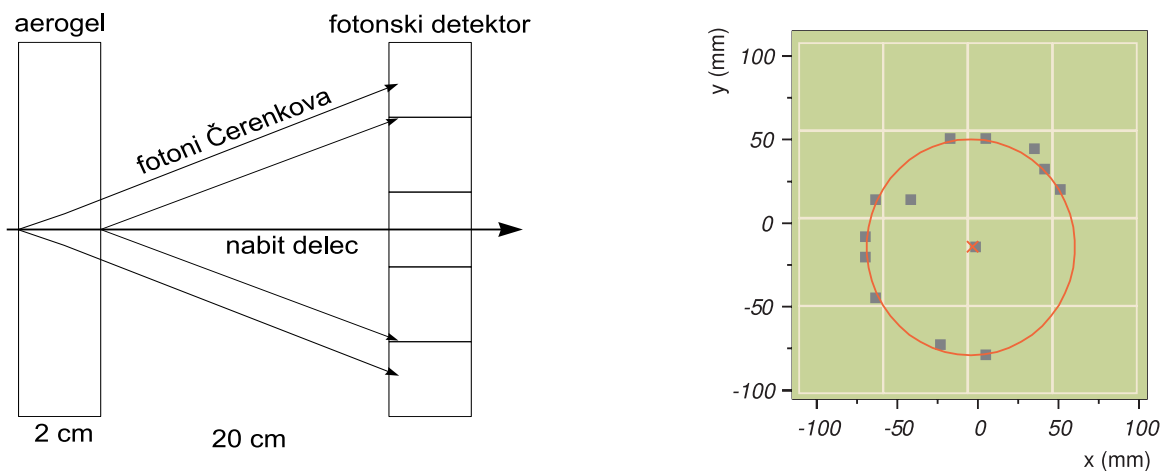
**Slika 1.1.:** Prerez skozi spektrometer BELLE. Označeno je mesto nadgradnje z detektorjem obročev Čerenkova (RICH). Spektrometer je valjaste oblike, detektor obročev Čerenkova bo postavljen na pokrovu valja, namenjen bo detekciji delcev sipanih naprej (med kotom  $17^\circ$  in  $34^\circ$  glede na elektronski žarek) [1].



## 2. Detektor obročev Čerenkova

Osnovni princip delovanja detektorja obročev Čerenkova temelji na merjenju kota fotonov, ki jih izsevajo hitri nabiti delci v snovi (delci, katerih identiteto iščemo). Zaradi prostorske omejenosti (na voljo je zgolj 28 cm) bo uporabljena kompaktna zasnova detektorja obročev Čerenkova, tj. brez fokusirnih zrcal (slika 2.1). Osnovni elementi načrtovanega detektorja so:

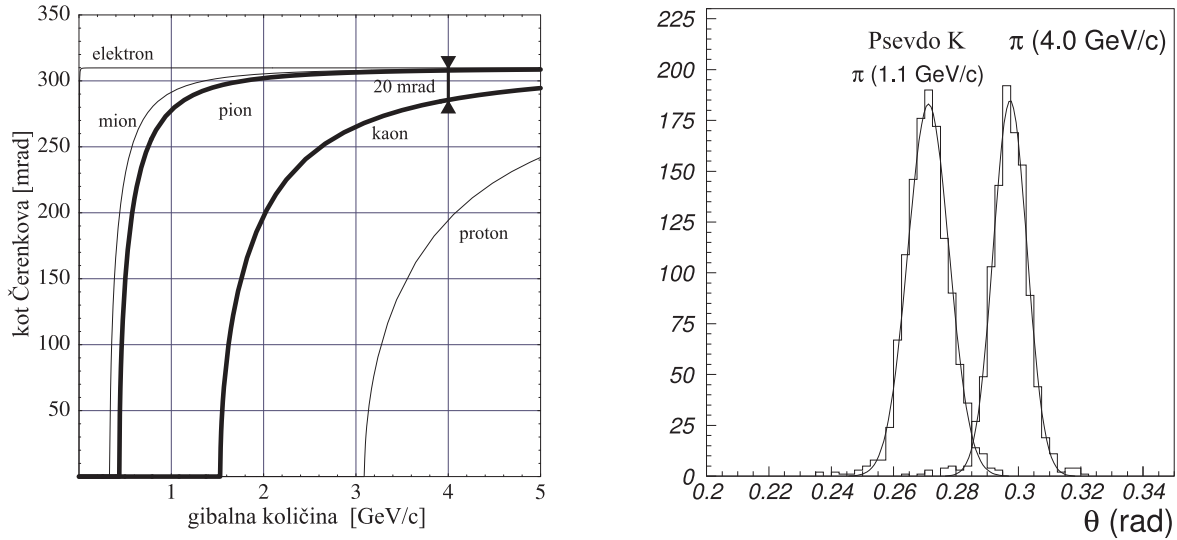
- sevalec, kjer nabiti delec izseva fotone Čerenkova,
- prostor za širjenje fotonov in
- fotonski detektor, ki je sposoben detektirati posamezne fotone.



**Slika 2.1.:** Levo: v sevalcu izsevani fotoni se projicirajo na detektor fotonov. Debelina sevalca določa širino obroča na detektorju. Desno: ob poznavanju centra obroča lahko na podlagi meritve koordinate zadetka določimo kot izsevanih fotonov, iz česar lahko ob poznavanju gibalne količine določimo maso delca [12].

Kot je razvidno iz slike 2.2, je za občutljivost detektorja v kinematičnem območju meritev med  $0.5 \text{ GeV}/c$  in  $4 \text{ GeV}/c$  primeren sevalec z lomnim količnikom  $n = 1.05$  [12]. V detektorju obročev Čerenkova bo kot sevalec uporabljen aerogel, ki ga dobimo v široki paleti lomnih količnikov  $n = 1.01 - 1.07$ , ima pa za razliko od ostalih sevalcev (tekoči, trdni) prednost tudi v majhni disperziji za svetlobo. Debelina sevalca določa širino obroča na detektorju in število detektiranih fotonov (slika 2.3). Potruditi se je treba, da je širina obroča čim manjša, obenem pa mora biti število detektiranih fotonov čim večje. Meritev povprečnega kota Čerenkova  $\bar{\theta}_C$  dobimo iz  $N$  meritev kota  $\theta_C^i$  za posamezni foton:

$$\bar{\theta}_C = \frac{1}{N} \sum_i^N \theta_C^i.$$



**Slika 2.2.:** Levo: kot Čerenkova v odvisnosti od gibalne količine za različne delce v sevalcu z lomnim količnikom 1.05. Pri 4 GeV/c je razlika v kotu Čerenkova med kaonom in pionom 23 mrad. Desno: porazdelitev meritev povprečnega kota Čerenkova za pione pri 4 GeV/c in 1.1 GeV/c, ki jih lahko obravnavamo kot kaone pri 4 GeV/c [12]. Vidimo, da je napaka meritve dovolj majhna, tako da je ločevanje med delci mogoče.

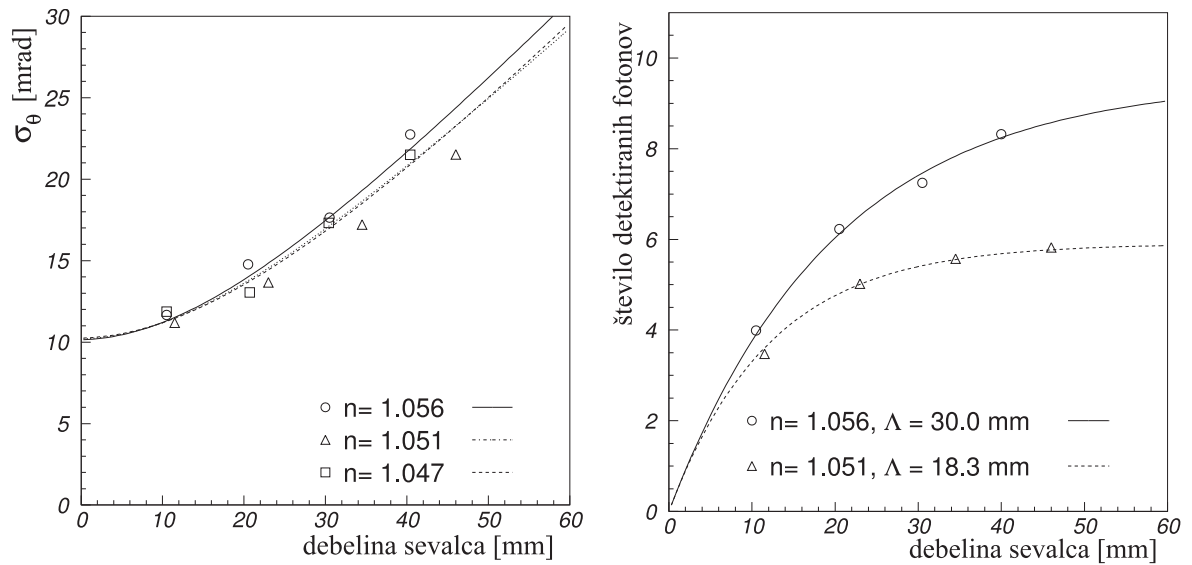
Celotna napaka pri meritvi povprečnega kota Čerenkova ( $\sigma_{\theta}^{(N)}$ ) je tem manjša, čim večje je število detektiranih fotonov  $N$ :

$$\sigma_{\theta}^{(N)} = \frac{\sigma_{\theta}}{\sqrt{N}},$$

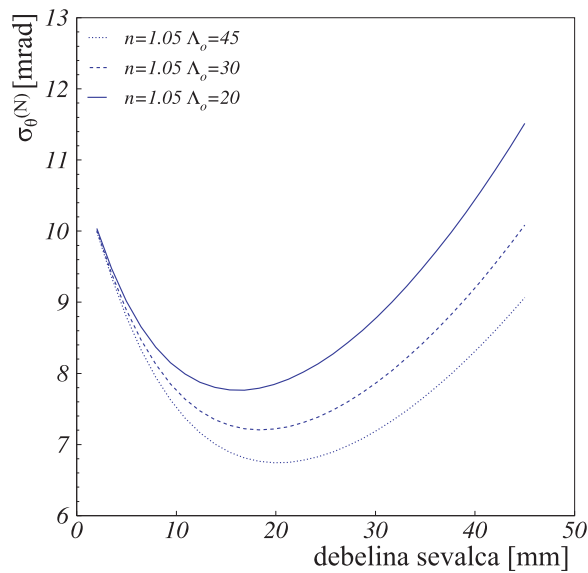
kjer je  $\sigma_{\theta}$  napaka meritve kota Čerenkova za posamezni foton. K napaki meritve kota za posamezni foton največ prispevata napaka zaradi debeline sevalca (slika 2.3) in velikosti celice fotonskega detektorja. Več o prispevkih napak bo govora v poglavju 2.3. Če povzamemo nekaj izsledkov:

- razmik med obročema se povečuje z oddaljenostjo od sevalca. Z večanjem razdalje med sevalcem in detektorjem fotonov bi zato pridobili na ločljivosti. Ker smo v detektorju obročev Čerenkova omejeni s prostorom, bo razdalja okoli 20 cm;
- optimalna debelina sevalca je približno  $d \approx 2 \text{ cm}$  in je odvisna od prepustnosti aerogela za svetlobo (slika 2.4). Tej debelini ustreza približno  $N \approx 10$  detektiranih fotonov (odvisno od izkoristka fotonskega detektorja);
- na izboljšanje ločljivosti detekcijskega sistema vpliva izbira fotonskega detektorja. Število detektiranih fotonov (izkoristek za detekcijo posameznega fotona) je ključnega pomena, zato mora biti izkoristek detekcije čim višji, šum pa čim manjši.

Na sliki 2.2 lahko vidimo, zakaj detekcija mionov in elektronov z detektorjem obročev Čerenkova ni mogoča v celotnem kinematičnem območju do 4 GeV/c. Le pri gibalnih količinah do 1 GeV/c je razlika v kotih Čerenkova za elektron, mion in pion dovolj velika (primerljiva razliki kotov Čerenkova za pion in kaon pri 4 GeV/c), da je ločevanje mogoče.



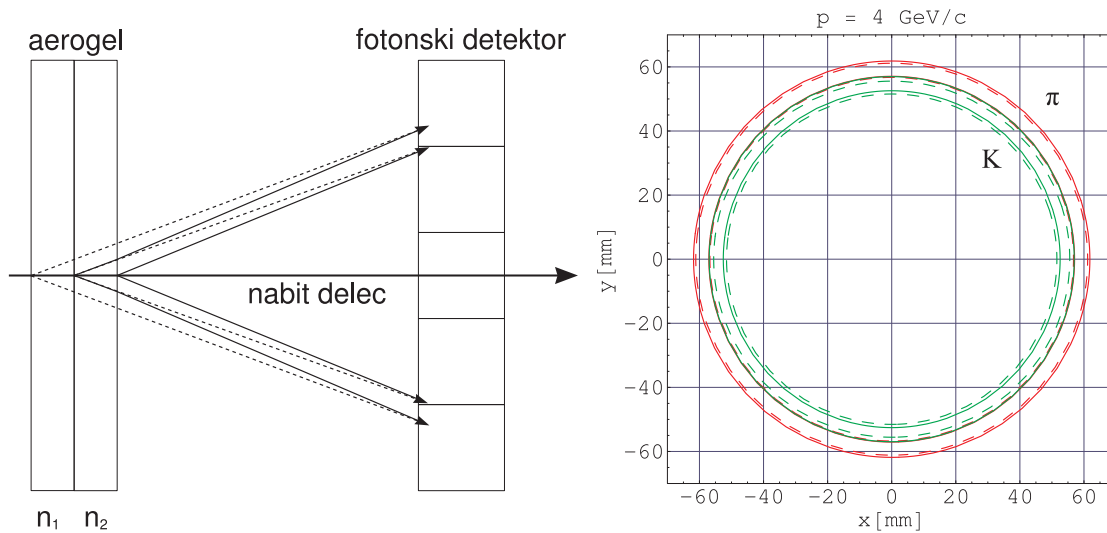
**Slika 2.3.:** Levo: napaka meritve kota Čerenkova za posamezni delec ( $\sigma_\theta$ ) je odvisna od debeline sevalca. Desno: število detektiranih fotonov je odvisno od prepustnosti sevalca za svetlobo. Prikazani so rezultati meritev in pričakovanih teoretičnih vrednosti za različne aerogeje [9].



**Slika 2.4.:** Z večanjem debeline sevalca pridobimo na številu izsevanih fotonov, obenem pa se povečuje napaka meritve kota Čerenkova, zaradi nepoznavanja točke izseva. Obstaja optimalna debelina, pri kateri je celotna napaka meritve kota Čerenkova ( $\sigma_\theta^{(N)}$ ) najmanjša. Za sevalec z lomnim količnikom  $n = 1.05$  je napaka najmanjša pri debelini  $d \approx 20$  mm [9].

## 2.1. Sevalec

Aerogel je najprimernejši sevalec za detektor obročev Čerenkova, saj je zelo lahek, ima nizek prag za sevanje fotonov Čerenkova in majhno disperzijo lomnega količnika. Aerogel je umetna trdna snov, ki jo dobimo iz gela, tako da tekoči del nadomestimo z zrakom. Zračne pore so majhne ( $< 20$  nm), tako da je za vidno svetlobo aerogel homogena snov. Več zaporednih plasti aerogela z izbranimi lomnimi količniki bo služilo kot sevalec fotonov in obenem kot zbiralni element za fotone, saj se na ta način močno zmanjša napaka meritve kota Čerenkova (poglavje 5). Obroči se pri izbranih lomnih količnikih aerogelov pri določeni gibalni količini ( $4 \text{ GeV}/c$ ) prekrivajo (slika 2.5).



**Slika 2.5.:** Z uporabo dveh aerogelov z lomnima količnikoma  $n_1 = 1.043$  in  $n_2 = 1.05$  ter skupne debeline 30 mm se obroča iz obeh plasti pri  $4 \text{ GeV}/c$  na detektorju prekrijeta. Rdeč obroč pripada pionu, zelen kaonu.

### 2.1.1. Sevanje Čerenkova

Nabiti delci s hitrostjo večjo od fазne hitrosti svetlobe v snovi, sevajo fotone Čerenkova. Fotoni so izsevani pod kotom  $\theta_{\check{C}}$  [15]:

$$\cos \theta_{\check{C}} = \frac{1}{n\beta} = \frac{\sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}}}{n}.$$

Pogoj za sevanje je dovolj velika hitrost delca, ki mora biti večja od hitrosti praga  $\beta_t = \frac{1}{n}$ . Število izsevanih fotonov na dolžinsko enoto in enoto intervala valovne dolžine za delec z osnovnim nabojem je sorazmerna kvadratu kota Čerenkova [11]:

$$\frac{dN}{dx d\lambda} = \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \sin^2 \theta_{\check{C}} = \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{n(\lambda)^2 \beta^2}\right),$$

kjer je  $\alpha = \frac{1}{137}$  konstanta fine strukture,  $n(\lambda)$  pa lomni količnik, ki je tudi odvisen od valovne dolžine (disperzija). Število izsevanih fotonov na dolžinsko enoto v območju občutljivosti

fotonskega detektorja  $\lambda \approx 300 \text{ nm} - 500 \text{ nm}$  je približno:

$$\frac{dN}{dx} \approx 600 \sin^2 \theta_{\check{C}} / \text{cm},$$

kar pri 1 cm debelem sevalcu z lomnim količnikom  $n = 1.05$  prinese okoli 50 fotonov. Število detektiranih fotonov je seveda precej manjše, saj moramo upoštevati še izkoristek detektorja, izkoristek zbiranja svetlobe ter prepustnost aerogela za svetlobo.

### 2.1.2. Rayleighovo sipanje in absorpcija

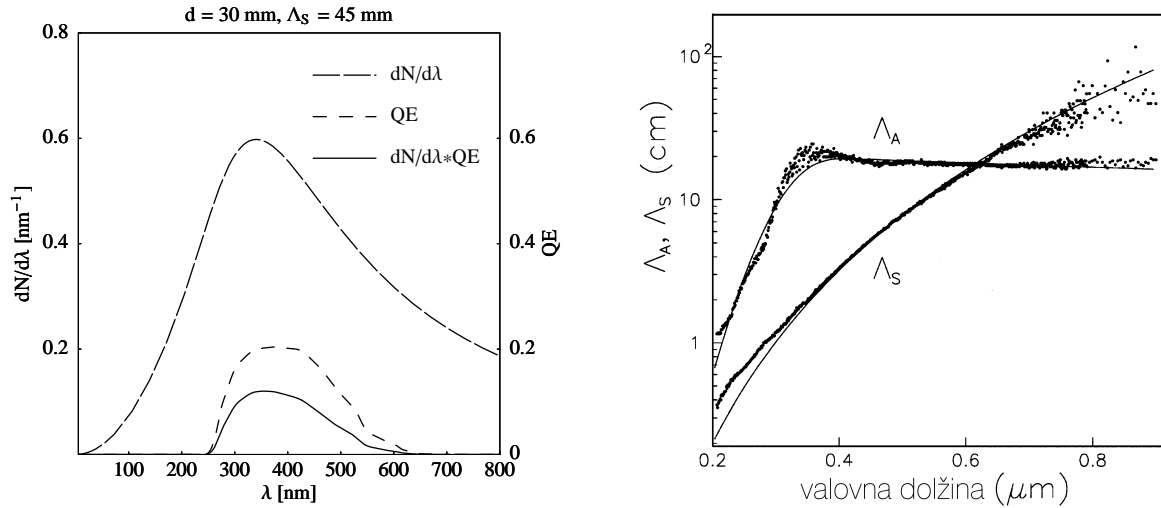
Slabost aerogela je precej veliko sipanje in absorpcija fotonov v spektru izsevane svetlobe. Svetloba se sipa na delcih, če je velikost delca primerljiva z valovno dolžino svetlobe. Velikost delcev v aerogelu je nekaj nm, zato ne prispevajo bistveno k sipanju. Večina svetlobe se dejansko sipa na zračnih porah, saj so nekatere med njimi lahko precej velike. Nekaj svetlobe pa se v snovi tudi absorbira. Prepustnost za fotone je zato močno odvisna od valovne dolžine, parametriziramo jo lahko na sledeč način [3]:

$$T(\lambda, L) = e^{-\frac{L}{\Lambda(\lambda)}},$$

kjer je  $L$  debelina sevalca,  $\Lambda(\lambda)$  pa sipalna dolžina, v kateri nastopajo prispevki zaradi absorpcije in sipanja:

$$\Lambda^{-1}(\lambda) = \Lambda_S^{-1}(\lambda) + \Lambda_A^{-1},$$

kjer je  $\Lambda_A$  absorpcijska dolžina,  $\Lambda_S$  pa sipalni koeficient, ki predstavlja velikost Rayleighovega sipanja. Sipalni koeficient je funkcija valovne dolžine  $\Lambda_S \propto \lambda^4$ , prav tako absorpcija ( $\Lambda_A \propto \lambda^8$  pri 250 nm), vendar je že pri 400 nm absorpcija skoraj konstantna (slika 2.6).



**Slika 2.6.:** Levo: Število izsevanih ter prepuščenih fotonov na interval valovne dolžine (enačba 2.1) moramo pomnožiti z izkoristkom fotonskega detektorja  $QE$ , če želimo izračunati število detektiranih fotonov. Desno: meritev absorpcijske dolžine  $\Lambda_A$  in sipalnega koeficienta  $\Lambda_S$ , s polno črto je ponazorjena parametrizacija [3].

Število fotonov na interval valovne dolžine na ravnini detektorja je zaradi absorpcije in sipanja zmanjšano:

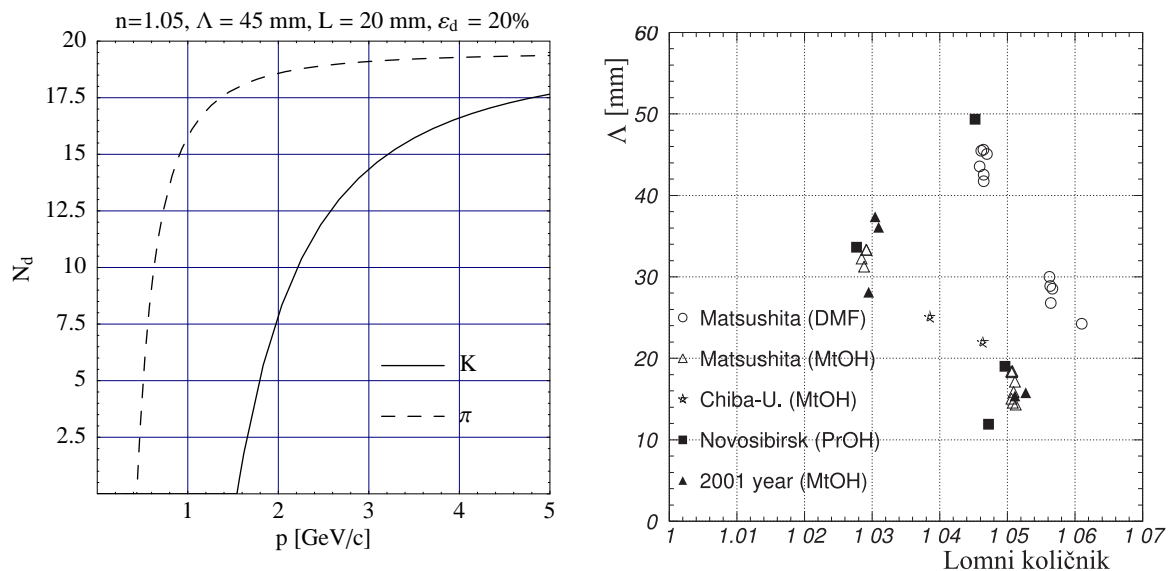
$$\frac{dN}{d\lambda} = \int_0^L \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \sin^2 \theta_{\check{C}} T(\lambda, x) dx = \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \sin^2 \theta_{\check{C}} \Lambda(\lambda) \left(1 - e^{-L/\Lambda(\lambda)}\right). \quad (2.1)$$

Za obravnavo detektorja v simulacijah in v samem procesu identifikacije moramo upoštevati zmanjšano število fotonov na detektorju in izkoristek za detekcijo fotona v odvisnosti od valovne dolžine. Izkaže se, da se meritve (slika 2.3) števila detektiranih fotonov dobro ujemajo s pričakovano vrednostjo

$$N_d = \epsilon_a \epsilon_d N_0 \Lambda \left(1 - e^{-L/\Lambda}\right) \sin^2 \theta_{\check{C}}, \quad (2.2)$$

kjer je  $\Lambda$  povprečna sipalna dolžina (približno velja  $\Lambda \approx \Lambda_S(400 \text{ nm})$ ),  $n_d$  je konstanta, ki jo določimo iz meritev,  $\epsilon_d$  je izkoristek za detekcijo fotona z valovno dolžino 400 nm,  $\epsilon_a$  pa pokritost detektorja (razmerje aktivne površine s celotno površino detektorja). Vrednost konstante  $N_0$  je za tipično fotopomnoževalko  $N_0 = 65 \text{ mm}^{-1}$  (poglavje 5).

Prvotni tehnološki postopki izdelave niso omogočali uporabe aerogela z večjimi lomnimi količniki ( $n > 1.03$ ) v detektorju obročev Čerenkova, saj je bila prepustnost, in s tem število detektiranih fotonov, premajhna (slika 2.7). Z izboljšanjem postopkov je moč doseči transmissijsko dolžino do 45 mm [2]. Za aerogel z  $n = 1.05$ ,  $\Lambda = 40 \text{ mm}$  ter debeline  $L = 20 \text{ mm}$  je število detektiranih fotonov  $N_d = 18$  za tipično fotopomnoževalko s kvantnim izkoristkom 20% pri 100% pokritosti detektorja.



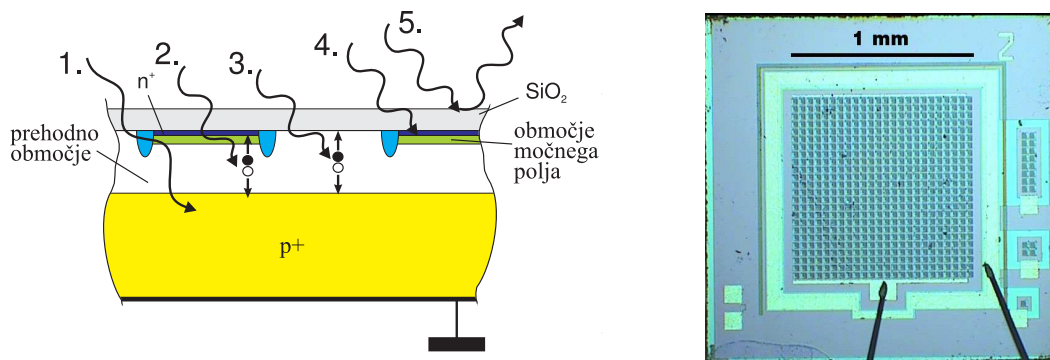
**Slika 2.7.:** Levo: pričakovano število detektiranih fotonov (enačba 2.2) za aerogel z lomnim količnikom  $n = 1.05$ , debeline  $L = 20 \text{ mm}$  in  $\Lambda = 45 \text{ mm}$ , ter pri izkoristku  $\epsilon_d = 20\%$  za detekcijo posameznega fotona z valovno dolžino  $\lambda = 400 \text{ nm}$ . Desno: sipalna dolžina različnih aerogelov uporabljenih v eksperimentih. Z modifikacijo tehnološkega postopka (prazni krogi na sliki) so dosegli zelo dobro svetlobno prepustne aerogele ( $\Lambda = 45 \text{ mm}$  pri  $n = 1.05$ ) [12].

## 2.2. Detektor fotonov

Detektor fotonov je zelo pomemben element celotnega detektorja obročev Čerenkova. Glavna vodila pri izbiri optimalnega detektorja fotonov za uporabo v detektorju obročev Čerenkova so:

- detektor mora biti imun na močno magnetno polje, ki v spektrometru BELLE dosega 1.5 T;
- detektor mora biti občutljiv na detekcijo posameznih fotonov;
- ločljivost detektorja (velikost celice) mora biti manjša, oz. primerljiva širini obroča na detektorju (5 mm);
- detektor mora imeti čim večji izkoristek za detekcijo fotonov pri  $\lambda \approx 400$  nm, saj ima spekter fotonov pri tej valovni dolžini vrh (slika 2.6);
- šum detektorja mora biti čim manjši.

V diplomskem delu predpostavimo uporabo fotonskega detektorja na osnovi silicijeve fotopomnoževalke (SiPM), ki ima prednost pred klasičnimi detektorji na osnovi fotopomnoževalk predvsem v tem, da je imun na magnetno polje in ima večji izkoristek za detekcijo posameznega fotona.



**Slika 2.8.:** Shematski prikaz celice silicijeve fotopomnoževalke. Foton se lahko absorbira v substratu (1), v prehodnem območju, kar posledično sproži plaz elektronov in vrzeli (2), absorpcija pa je možna tudi znotraj neaktivne površine (3) ali v steklu oz. tik pod njim (4), lahko pa se odbije od površine (5) [13].

### 2.2.1. Silicijeva fotopomnoževalka

#### Delovanje

Silicijeva fotopomnoževalka (SiPM) je večcelična polprevodniška fotodioda, kjer so posamezne celice povezane na skupnem silicijevem substratu. Tipična velikost silicijeve fotopomnoževalke je  $1 \text{ mm}^2$ , v njej pa je od 100 do 4000 celic. V silicijevi fotopomnoževalki foton izbije elektron in vrzel, ki nato ustvarita plaz elektronov in vrzeli. To se zgodi znotraj p-n stika (slika 2.8) z zelo majhnim prehodnim območjem, kjer se kljub nizki napetosti med p-n stikoma ustvari močno električno polje  $((3 - 5) \cdot 10^5 \text{ V/cm})$ . Pomnoževalni faktor takega detektorja je lahko

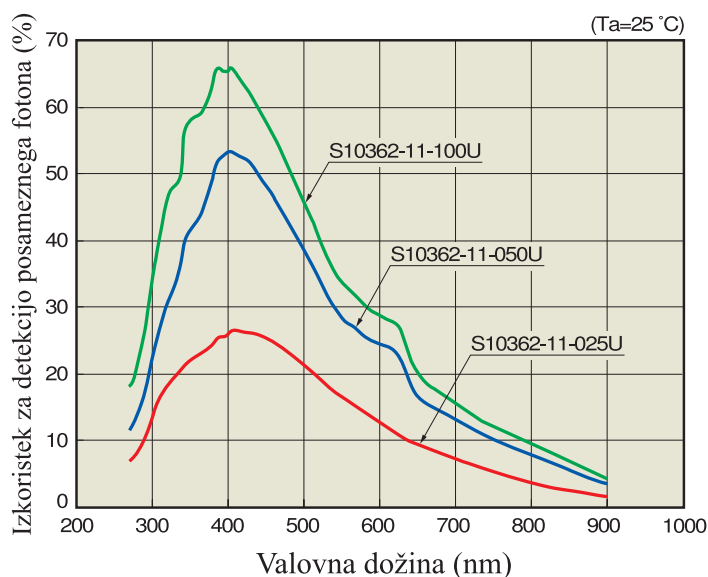
zelo velik (do  $10^6$  [14]) in je odvisen od delovne napetosti. Manjša delovna napetost (nekaj 10 V) v primerjavi s klasično fotopomnoževalko omogoča bolj kompaktno zasnovo, kar je tudi ena izmed prednosti. Velikost izhodnega signala je vsota signalov vseh zadetih celic, tako da je s silicijevo fotopomnoževalko možno detektirati intenziteto svetlobe (število fotonov).

### Izkoristek

Silicijeva fotopomnoževalka ima v primerjavi s klasičnimi fotopomnoževalkami precej boljši kvantni izkoristek za generacijo para elektron-vrzel (70% – 90% [14]) v širokem spektru valovnih dolžin. Izkoristek za detekcijo fotona zapišemo kot

$$\varepsilon = QE \times \varepsilon_G \times \varepsilon_a,$$

kjer je  $QE$  kvantni izkoristek,  $\varepsilon_G$  verjetnost, da elektron sproži plaz,  $\varepsilon_a$  pa t.i. geometrijski izkoristek, razmerje aktivne površine s celotno površino detektorja. Geometrijski izkoristek je že z današnjo tehnologijo lahko precej velik (nad 50% [14]), verjetnost za plaz pa je blizu 1 (odvisno od delovne napetosti). Zaradi visokega kvantnega izkoristka omogočajo silicijeve fotopomnoževalke zelo velik izkoristek za detekcijo posameznega fotona (nad 40%), kar je dvakrat več kot pri klasičnih fotopomnoževalkah.



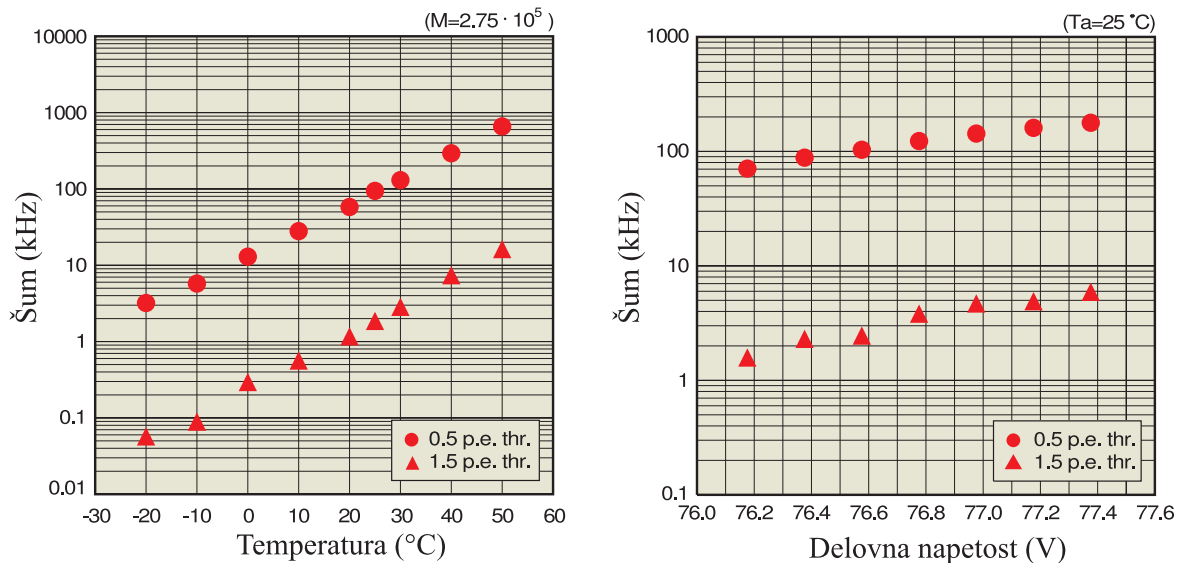
**Slika 2.9.:** Izkoristek za detekcijo posameznega fotona za različne tipe detektorjev SiPM podjetja Hamamatsu [6].

### Šum

Edina slabost tega detektorja svetlobe je precej velik šum ( $100 \text{ kHz/mm}^2 - 1 \text{ MHz/mm}^2$ ), ki je posledica termično vzbujenih elektronov in velikega električnega polja znotraj aktivne površine. Z nižanjem temperature se šum precej zmanjša, vendar za uporabo v detektorju obročev Čerenkova hladilni sistem ne pride v poštev, predvsem zaradi nastajanja kondenza, ki bi motil pri meritvah. Tako šum kot tudi izkoristek za detekcijo posameznega fotona sta odvisna od delovne napetosti. Prevelika napetost poveča šum, premajhna napetost pa zmanjša izkoristek. Ker so silicijeve fotopomnoževalke še v fazi razvoja, lahko pričakujemo, da bo z



izboljšanimi tehnološkimi postopki šum zmanjšan. Podjetje Hamamatsu ponuja tri različne tipe silicijevih fotopomnoževalk (Hamamatsu S10362-11-025U, S10362-11-050U in S10362-11-100U), ki imajo že zelo velik izkoristek in relativno majhen šum (slika 2.9, 2.10).



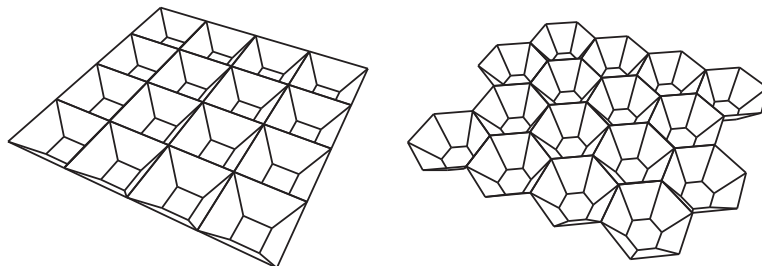
**Slika 2.10.:** Levo: šum detektorja Hamamatsu S10362-11-025U kot funkcija temperature. Desno: šum detektorja Hamamatsu S10362-11-025U kot funkcija delovne napetosti. Šum detektorja tipa S10362-11-050U je v primerjavi s tipom S10362-11-025U trikrat večji [6].

### 2.2.2. Uporaba SiPM v detektorju obročev Čerenkova

Silicijeva fotopomnoževalka v osnovi omogoča merjenje intenzitete svetlobe. To za detekcijo fotonov v detektorju obročev Čerenkova niti ni tako pomembno, saj je število izsevanih fotonov premajhno, da bi pogosto priletela dva ali več fotonov v isti kanal. Kljub temu bi zmožnost detektiranja števila fotonov v posameznem kanalu lahko malenkost izboljšala zanesljivost identifikacije. S silicijevimi fotopomnoževalkami moramo pokriti veliko površino. Razporejene bi bile v kvadratni oz. heksagonalni mreži. Ker je velikost ozadja odvisna od velikosti aktivne površine, bi pred vsakim od kanalov stal optični zbiralnik za fotone (slika 2.11). Tako bi optično povečali velikost posameznega kanala in na ta način zmanjšali število zadetkov zaradi ozadja na enoto površine fotonskega detektorja. Pri tem se število detektiranih fotonov ne bi bistveno spremenilo. Zgornja površina zbiralnika bi lahko bila izbočena, tako da bi delovala kot leča za fokusiranje fotonov, zaradi totalnega odboja na stenah leče pa bi se fotoni zbirali na aktivni površini detektorja. Časovni odziv silicijeve fotopomnoževalke je zelo hiter ( $< 1$  ns). To nam omogoča krajšanje časovnega okna za detekcijo fotonov ( $< 10$  ns), tako da bi dobili pri predpostavljenem šumu  $1$  MHz/mm<sup>2</sup> zgolj 1% verjetnosti, da registriramo zadetek zaradi termičnega elektrona v celici velikosti  $1$  mm<sup>2</sup>.

Pričakovani izkoristek za detekcijo fotona je zmanjšan, saj moramo upoštevati še izgube zaradi optičnega zbiralnika pred vsako od celic detektorja. Zaradi bolj homogene razporeditve bi se verjetno heksagonalna mreža, kar se tiče izkoristka zbiranja fotonov, bolje obnesla. Ob optimalni izdelavi in ne preveč velikem faktorju povečanja izgube ne bodo velike (dodatek B). Predpostavimo lahko, da bo pričakovani izkoristek za detekcijo fotona z valovno dolžino  $400$  nm vsaj 20%. Tu se sklicujemo na izkušnje iz eksperimentov, kjer so bile uporabljene klasične fotopomnoževalke z 20% kvantnim izkoristkom. Izkoristek za detekcijo fotona v

eksperimentih je bil približno 7%, saj je bila pokritost detektorja zgolj 36% [12]. Zaradi trikrat večjega kvantnega izkoristka, je realno pričakovati celotni izkoristek za detekcijo 20%. Kot kažejo rezultati simulacij (poglavje 5), predstavlja izkoristek 15% spodnjo mejo za zanesljivo identifikacijo.



**Slika 2.11.:** Shematski prikaz razporeditve posameznih kanalov silicijevih fotopomnoževalk v kvadratni oz. heksagonalni mreži z optičnim zbiralnim elementom.

## 2.3. Pričakovana natančnost meritve

### 2.3.1. Ločljivost

Pri danih geometrijskih parametrih detektorja obročev Čerenkova prispeva debelina sevalca k napaki meritve kota Čerenkova največji delež. Pri debelini aerogela  $d = 2$  cm, lomnemu količniku  $n = 1.05$  in oddaljenosti od detektorja  $\ell = 20$  cm je napaka meritve:

$$\sigma_{\theta}^{emp} = \frac{d}{\ell\sqrt{12}} \sin \theta_{\check{C}} \cos \theta_{\check{C}} \approx 8.4 \text{ mrad.}$$

Naslednji po velikosti je prispevek k napaki zaradi velikosti ločljivosti detektorja (velikost kanala  $a = 5$  mm):

$$\sigma_{\theta}^{pix} = \frac{a}{\ell\sqrt{12}} \cos^2 \theta_{\check{C}} \approx 6.4 \text{ mrad.}$$

Zaradi kromatične napake, ki je posledica disperzije lomnega količnika  $n = n(\lambda)$  dobimo dodatno razmazanost:

$$\sigma_{\theta}^{dis} = \frac{\sigma_n}{n \tan \theta_{\check{C}}} \approx 2 \text{ mrad,}$$

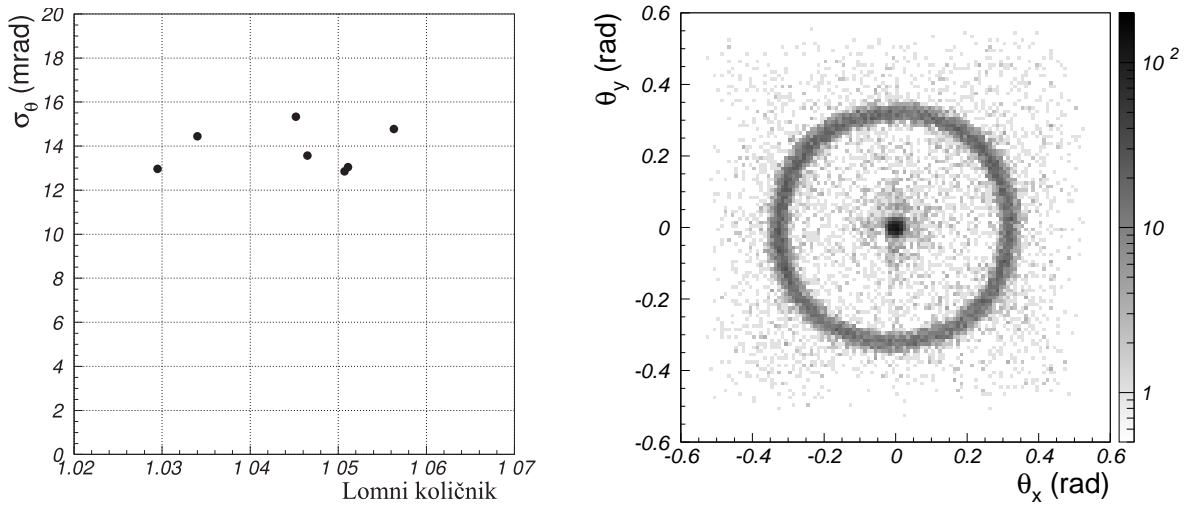
kjer je  $\sigma_n^2 = \int (n(\lambda) - \bar{n})^2 QE(\lambda) d\lambda / \int QE(\lambda) d\lambda$ . Potem je tu še prispevek zaradi nehomogenosti lomnega količnika in debeline aerogela, ki ga ocenimo z 2 mrad [9], na koncu pa še napaka zaradi nenatančnosti merjenja centra obroča, ki je posledica večkratnega sipanja delca v aerogelu [9]:

$$\sigma_{\theta}^{tr} \approx 5 \text{ mrad} / (p / \text{GeV}/c).$$

Celotno napako meritve kota dobimo, če seštejemo kvadratne vrednosti gornjih napak. Pri  $4 \text{ GeV}/c$  je seštevek  $\sigma_{\theta} \approx 11$  mrad. Izkaže se (slika 2.12), da je izmerjena napaka nekoliko večja  $\sigma_{\theta} \approx 14$  mrad. Dodatna napaka, ki znese  $\sigma_{\theta}^n \approx 6 - 8$  mrad je verjetno posledica večje napake zaradi nehomogenosti aerogela in površinskih pojavov [12]. Če predpostavimo okoli 15 detektiranih fotonov (kar dobimo pri približno 15% izkoristku za detekcijo posameznega fotona), je pričakovana napaka meritve:

$$\sigma_{\theta}^{(N)} = \frac{\sigma_{\theta}}{\sqrt{N}} \approx 3.6 \text{ mrad.}$$

Če ne bi bilo ozadja, bi bila separacija kota Čerenkova za pione in kaone dovolj dobra, saj se kota razlikujeta za  $6.4\sigma$ . Kot bomo videli, nam vpliv ozadja delno pokvari izkoristek identifikacije.



**Slika 2.12.:** Levo: napaka meritve kota Čerenkova je nekoliko večja kot pričakovana vrednost  $\sigma_\theta = 11$  mrad, verjetno je to posledica nehomogenosti lomnega količnika. Desno: meritev porazdelitve zadetkov na detektorju. V centru obroča dobimo nekaj zadetkov zaradi izsevanih fotonov v vstopnem oknu fotonskega detektorja. Porazdelitev zadetkov iz ozadja je res približno enakomerna [12].

### 2.3.2. Ozadje

Ker je število detektiranih fotonov razmeroma nizko, lahko ozadje precej vpliva na končni izkoristek identifikacije. Glavni izvori ozadja so:

1. šum detektorja,
2. Rayleighovo sipani fotoni,
3. fotoni Čerenkova, izsevani v vstopnem oknu fotonskega detektorja,
4. fotoni Čerenkova, ki jih izsevajo drugi delci v dogodku,
5. fotoni Čerenkova, ki jih izsevajo produkti konverzije fotonov v konstrukcijskem materialu pred sevalcem in v samem sevalcu,
6. zadetki, ki so posledica sočasnih dogodkov iz ozadja,
7. elektronski šum.

Največji prispevek k ozadju predstavlja šum detektorja fotonov. K ozadju nekaj prispevajo tudi Rayleighovo sipani fotoni in fotoni, izsevani v vstopnem oknu, medtem ko ostali prispevki ne vplivajo bistveno [9]. V končni fazi pričakujemo na detektorju približno enakomerno porazdeljen šum, kar meritve tudi potrjujejo (slika 2.12). Delež Rayleighovo sipanih fotonov v

območju  $\pm 3\sigma_\theta$  obroča lahko ocenimo, če predpostavimo enakomerno porazdelitev Rayleighovo sipanih fotonov po prostorskem kotu:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi}.$$

Delež Rayleighovo sipanih fotonov v obroču širine  $d\theta = 6\sigma_\theta$  je približno:

$$dP = \frac{d \cos \theta}{4\pi} 2\pi = \frac{\sin \theta}{2} d\theta \approx 3\sigma_\theta \sin \theta_{\check{C}} \approx 0.01.$$

Število sipanih fotonov je za sevalec z  $\Lambda = 45$  mm in debeline  $d = 2$  cm približno  $N_s = N_0 e^{-d/\Lambda} \approx 0.6N_0$ . Približno polovica vseh fotonov ( $N_0$ ) se torej v aerogelu sipa. Pri 15 detektiranih fotonov v območju obroča jih bo zato zgolj 0.15 kot posledica Rayleighovega sipanja.

Tudi prispevek k ozadju zaradi šuma detektorja lahko hitro ocenimo. Pri uporabi silicijevih fotopomnoževalk (1% zašumljenih kanalov velikosti  $a = 2$  mm) je število kanalov  $N_c$  v območju obroča širine  $dr = 6\sigma_r$ :

$$N_c = \frac{2\pi r}{a^2} dr \approx \frac{12\pi r}{a^2} \sigma_r = \frac{12\pi \ell^2}{a^2} \frac{\tan \theta_{\check{C}}}{\cos^2 \theta_{\check{C}}} \sigma_\theta \approx 1500,$$

kjer je  $\sigma_r = \sigma_\theta \ell / \cos^2 \theta_{\check{C}}$  razmazanost debeline obroča na detektorju. Dobimo torej okoli 15 zadetkov v območju  $\pm 3\sigma_\theta$  pionskega obroča, to pa je že primerljivo številu vseh zadetkov v območju obroča. Razumljivo je, da bo identifikacija zaradi velikega šuma slabša.

## 3. Identifikacija

### 3.1. Metoda maksimalne zanesljivosti

Po vsakem dogodku, kjer delec izseva fotone, lahko določimo identiteto delca na podlagi meritve kota Čerenkova in števila zaznanih fotonov. To naredimo z uporabo metode maksimalne zanesljivosti. Recimo, da poznamo porazdelitveno funkcijo  $f_D$ , ki je odvisna od parametra  $\theta$ , v našem primeru kot Čerenkova (masa delca). Če imamo vzorec  $n$  meritev  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , ki izhajajo iz porazdelitve  $f_D$ , lahko izračunamo verjetnost  $\mathcal{P} = f_D(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \theta)$  za dano meritev pri parametru  $\theta$ . Če parametra  $\theta$  ne poznamo, imenujemo funkcijsko odvisnost verjetnosti  $\mathcal{P}$  od parametra  $\theta$  funkcija zanesljivosti [8]:

$$\mathcal{L}(\theta) = f_D(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \theta). \quad (3.1)$$

Postopek za identifikacijo je sledeč: za celotni niz parametrov  $\theta$  izračunamo funkcije zanesljivosti ter jih med seboj primerjamo. Izberemo parameter, pri katerem je rezultat funkcije zanesljivosti največji. V našem primeru imamo opraviti z dvema možnima delcema (dva parametra  $\theta$ ), bodisi gre za pion ( $\theta_\pi$ ), bodisi za kaon ( $\theta_K$ ).

Pri konstrukciji funkcije zanesljivosti moramo uporabiti čim več informacij o pojavih, ki pripadajo k obliki porazdelitvene funkcije na detektorju (izkoristek detekcije, disperzija...). Paziti moramo, da je proces točno parametriziran, saj lahko slaba informacija o opazovanem procesu kvečjemu pokvari zmožnost identifikacije. Obstajata dva načina, kako zgraditi funkcijo zanesljivosti.

#### Enodimenzionalna metoda

Uporabimo lahko informacijo o izmerjenih Čerenkovih kotih ter izmerjenem številu detektiranih fotonov in izračunamo verjetnost za meritev. Verjetnost za meritev kota Čerenkova pri hipotezi  $h$  zapišemo kot vsoto porazdelitve po kotu izsevanih fotonov  $S(\theta_i, \theta_h)$  in porazdelitve zaradi ozadja  $B(\theta_i, \theta_h)$ :

$$F(\theta_i, \theta_h) = pS(\theta_i, \theta_h) + (1 - p)B(\theta_i, \theta_h),$$

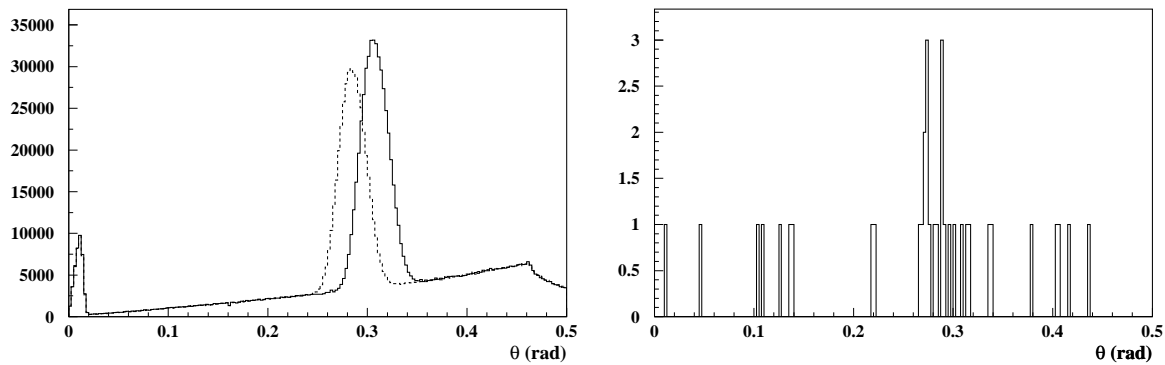
kjer je  $p$  delež fotonov Čerenkova glede na število vseh zadetkov na detektorju. Funkcija zanesljivosti za hipotezo  $h$  je produkt verjetnosti za meritev kota Čerenkova:

$$\mathcal{L}(\theta_h) = P(N_h, N_d) \prod_i F(\theta_i, \theta_h), \quad (3.2)$$

kjer produkt teče po vseh izmerjenih zadetkih. Z dodatnim členom

$$P(N_h, N_d) = \frac{e^{-N_h} N_h^{N_d}}{N_d!},$$

ki predstavlja Poissonovo funkcijo, upoštevamo informacijo o številu detektiranih fotonov  $N_d$ , ki ga primerjamo s pričakovano vrednostjo  $N_h$  za dano hipotezo. Pri enakomerno porazdeljenem ozadju na površini detektorja, je porazdelitev ozadja  $B(\theta_i, \theta_h)$  približno linearna funkcija kota  $\theta_i$ , točneje  $B(\theta_i, \theta_h) \propto \frac{\tan \theta_i}{\cos^2 \theta_i}$ , medtem ko je porazdelitvena funkcija zadetkov  $S(\theta_i, \theta_h)$  v obroču Čerenkova približno Gaussova (slika 3.1).



**Slika 3.1.:** Levo: pričakovana porazdelitev za pione (polna črta) in kaone (črtkana črta). Desno: primer meritve. Na podlagi pričakovane porazdelitvene funkcije se lahko odločimo za identiteto delca.

### Dvodimenzionalna metoda

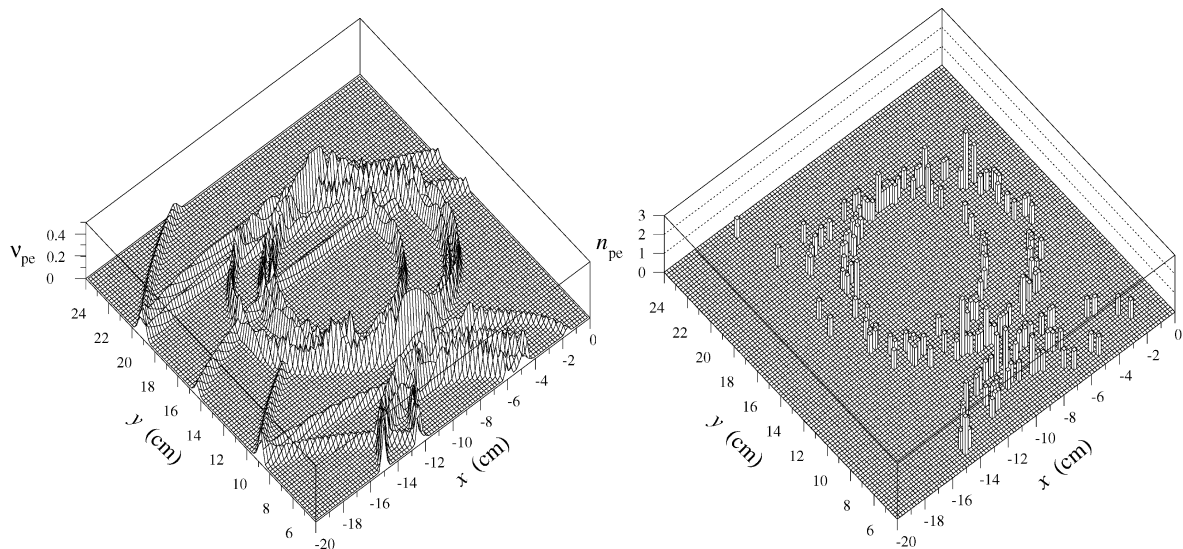
Za razliko od prejšnje metode, tu izračunamo funkcijo zanesljivosti iz izračunane verjetnosti  $P$  za detekcijo fotona v posameznem kanalu, ki temelji na Poissonovi statistiki:

$$\mathcal{L} = \prod_i P(n_i, \mu_i) = \prod_i \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{n_i}}{n_i!}, \quad (3.3)$$

kjer produkt teče po vseh kanalih fotonskega detektorja,  $n_i$  je število detektiranih fotonov na kanal in  $\mu_i = n_0 + \sum_j a_{ij}$  pričakovano število fotonov v posameznem kanalu. Izračunamo jo kot vsoto ozadja  $n_0$  ter prispevkov od vseh delcev v opazovanem dogodku

$$a_{ij} = \varepsilon_i N_j^h \iint f_h(x, y) dx dy,$$

kjer je  $\varepsilon_i$  izkoristek detekcije v posameznem kanalu,  $N_j^h$  je število detektiranih fotonov posameznega delca  $j$  v dogodku pri hipotezi  $h$ ,  $f_h(x, y)$  pa je porazdelitvena funkcija izsevanih fotonov. Prednost dvodimenzionalne metode pred enodimenzionalno vidimo predvsem v procesih, kjer dobimo več prekrivajočih se obročev [5]. Tu se namreč upoštevajo porazdelitve zadetkov na detektorju za vse delce v dogodku (upoštevamo vse obroče hkrati), kar z enodimenzionalno metodo ni mogoče. Če pa imamo samo en delec (obroč) v dogodku, je dvodimenzionalna metoda ekvivalentna enodimenzionalni. Z dodatno informacijo o azimutalnem kotu izsevanega fotona (informacija o legi zadetka na obroču) nič ne pridobimo, saj je porazdelitev fotonov po obroču enakomerna. V tem primeru je dovolj, če upoštevamo samo informacijo o radiju obroča (kot Čerenkova).



**Slika 3.2.:** Dvodimenzionalna metoda je še posebej primerna za eksperimente, kjer je velika gostota obročev, ki se prekrivajo. Levo: primer pričakovane porazdelitve zadetkov. Desno: izmerjeno število zadetkov v posamezni celici detektorja [5].

## 3.2. Identifikacija v RICH

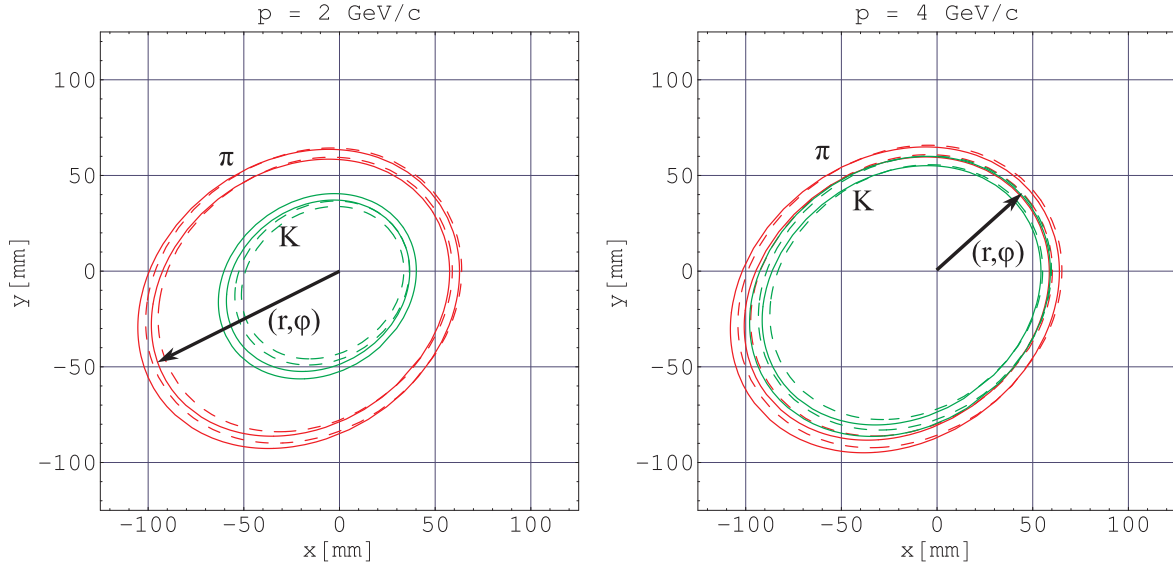
Število delcev, ki nastanejo pri enem trku elektronov in pozitronov v spektrometru BELLE, je zelo majhno, tako da se obroči med seboj ne prekrivajo pogosto. Vseeno za detekcijo v spektrometru BELLE izberemo dvodimenzionalno metodo, saj vključuje več informacij kot enodimenzionalna metoda. Ker delci v povprečju ne vpadajo pravokotno na sevalec, je porazdelitev fotonov na detektorju neenakomerna po obroču (slika 3.3). Poleg tega lahko z dvodimenzionalno metodo natančno opišemo delovanje ftonskega detektorja, mrtve dele detektorja in delovanje (izkoristek detektiranja) posameznega kanala ftonskega detektorja. Eden izmed glavnih razlogov, zakaj uporabimo dvodimenzionalno metodo, pa je preprosto v dejstvu, da je pri sevalcu, sestavljenem iz več aerogelov, porazdelitvena funkcija fotonov na detektorju vsota porazdelitev iz posameznih aerogelov. Oblika porazdelitve je odvisna od gibalne količine, saj je prekrivanje obročev pri majhnih gibalnih količinah slabše (slika 3.3). Načeloma bi še zmeraj lahko opisali porazdelitev fotonov po kotu Čerenkova v odvisnosti od gibalne količine in uporabili enodimenzionalno metodo, vendar je v primeru večplastnega sevalca opis porazdelitve na površini detektorja in uporaba dvodimenzionalne metode enostavnejša.

### 3.2.1. Funkcija zanesljivosti

Namesto funkcije zanesljivosti (enačba 3.3) je boljše računati z logaritmom te funkcije, saj na ta način produkte, ki nastopajo v funkciji, spremenimo v vsoto. Funkcijo  $\ln \mathcal{L}$  lahko zgradimo na dva načina. Če je fotonski detektor zmožen razločevati med številom zadetkov v posameznem kanalu, potem se logaritem funkcije zanesljivosti (enačba 3.3) zapiše kot:

$$\ln \mathcal{L} = -N + \sum_i^{\text{zadeti}} n_i \ln \mu_i + C, \quad (3.4)$$

kjer vsota teče po vseh zadetih kanalih,  $\mu_i$  je povprečno število registriranih fotonov v kanalu  $i$ ,  $N = \sum \mu_i$  povprečno število detektiranih fotonov  $n_i$  izmerjeno število fotonov v posameznem



**Slika 3.3.:** Primer porazdelitve fotonov na detektorju pri poševnem vpadu delca za sevalec sestavljen iz dveh plasti z lomnima količnikoma  $n_1 = 1.043$  in  $n_2 = 1.05$  ter skupne debeline 30 mm. S polno črto so prikazani foton iz prve plasti in s črtkano črto iz druge plasti aerogela (slika 2.5). Površinska gostota fotonov je odvisna od polarnega kota  $\varphi$ . Pri manjših gibalnih količinah obroča iz posamezne plasti nista prekrita.

kanalu,  $C = \sum \ln n_i!$  pa konstanta, ki je nepomembna, saj se odšteje, ko primerjamo različne hipoteze:

$$\ln(\mathcal{L}_K/\mathcal{L}_\pi) = \ln \mathcal{L}_K - \ln \mathcal{L}_\pi.$$

Vidimo, da smo z računanjem logaritma funkcije zanesljivosti, produkt po vseh kanalih, ki nastopa v enačbi 3.3, prevedli na vsoto po zadetih kanalih, kar je precej ugodneje. Po vsakem dogodku moramo torej izračunati verjetnosti za zadetek samo tistega kanala, v katerem je bil zadetek zabeležen.

Za binarni detektor, ki loči le med zadetim in praznim kanalom, pa je logaritem funkcije zanesljivosti nekoliko drugačen. Verjetnost, da je kanal zadet, je  $1 - e^{-\mu_i}$ , da je prazen pa  $e^{-\mu_i}$ . Funkcijo zanesljivosti zapišemo kot produkt verjetnosti za meritev v posameznem kanalu:

$$\mathcal{L} = \prod_i^{\text{zadeti}} (1 - e^{-\mu_i}) \prod_j^{\text{prazni}} (e^{-\mu_j}),$$

kjer produkt teče po vseh zadetih in praznih kanalih. Z logaritmiranjem zopet prevedemo funkcijo zanesljivosti na vsoto prispevkov po zadetih kanalih:

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L} &= \sum_i^{\text{zadeti}} \ln(1 - e^{-\mu_i}) + \sum_j^{\text{prazni}} \ln(e^{-\mu_j}) + \sum_k^{\text{vsi}} \ln(e^{-\mu_k}) - \sum_k^{\text{vsi}} \ln(e^{-\mu_k}) \\ &= \sum_i^{\text{zadeti}} \ln(1 - e^{-\mu_i}) - \sum_j^{\text{zadeti}} \ln(e^{-\mu_j}) + \sum_k^{\text{vsi}} \ln(e^{-\mu_k}) \\ &= -N + \sum_i^{\text{zadeti}} \ln(e^{\mu_i} - 1), \end{aligned} \quad (3.5)$$

kjer je  $N = \sum \mu_i$  povprečno število vseh fotonov v kanalih. Omeniti velja, da  $N$  ni povprečno

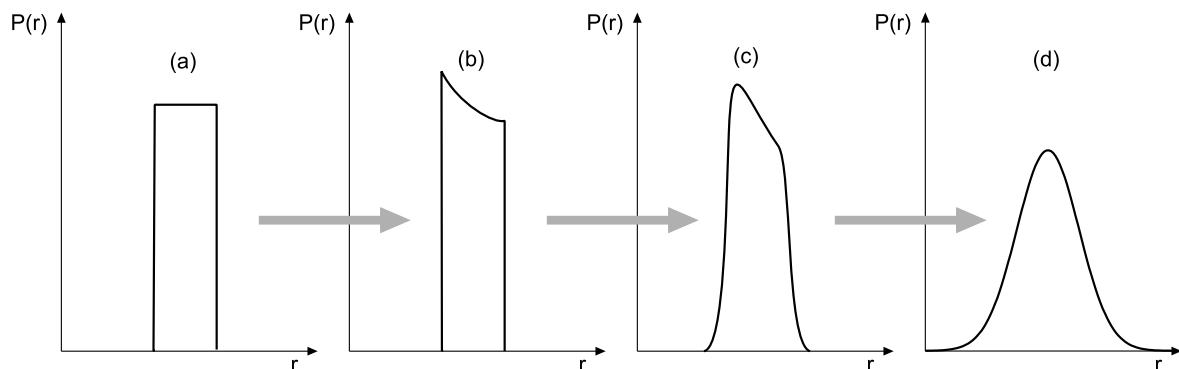


število detektiranih fotonov, kot je to v enačbi 3.4. Detektiranih fotonov je manj, saj ne ločimo med več zadetki v posameznem kanalu.

### 3.2.2. Porazdelitev fotonov

Izračunati moramo verjetnost  $\mu_i$ , da je celica  $i$  zadeta, potrebujemo torej porazdelitev fotonov na detektorju. Zaradi enostavnosti obravnavamo pravokotni vpad delca. Pri poševnem vpadu je slika podobna, samo da je porazdelitev odvisna še od azimutalnega kota  $\varphi$  (slika 3.3). Zanima nas oblika porazdelitvene funkcije kot funkcija odmika od središča obroča. K obliki porazdelitve prispevajo:

- debelina sevalca, saj je zaradi enakomerno porazdeljenega mesta izseva tudi radialna porazdelitev enakomerna (stopničasta);
- absorpcija nam porazdelitev obteži z eksponentom;
- zaradi disperzije so fotoni izsevani pod različnimi koti, kar nam zgladi ostre robove škatlaste porazdelitve;
- nehomogenost aerogela in prispevki ostalih napak so glede na meritve očitno precej veliki, predpostavimo, da nam to še dodatno razmaže porazdelitev po detektorju.

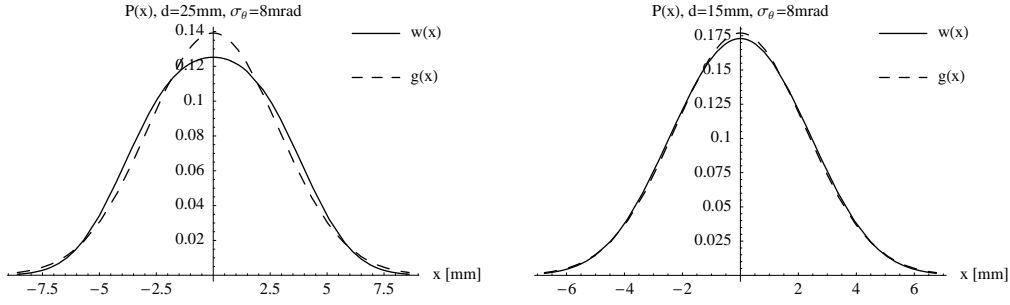


**Slika 3.4.:** Zaradi končne debeline sevalca (a), absorpcije in sipanja (b), disperzije (c) ter ostalih napak (d), je porazdelitev na detektorju približno Gaussova.

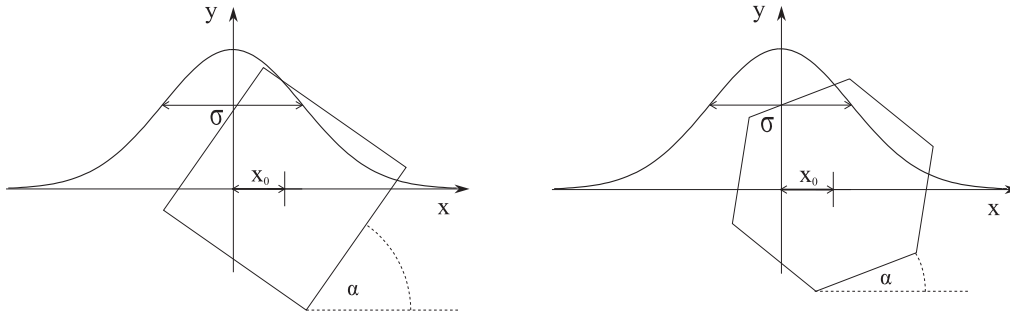
Če ne bi bilo dodatne razmazanosti zaradi nehomogenosti aerogela in drugih vplivov, bi bila porazdelitvena funkcija vse prej kot Gaussova. Zaradi dodatne razmazanosti  $\sigma_\theta^n \approx 6 - 8$  mrad (glej razpravo v poglavju 2.3) pa je končna porazdelitev fotonov v obroču Čerenkova na detektorju  $w(r, r_0, \sigma)$  že zelo podobna Gaussovi. Če predpostavimo, da je dodatna razmazanost Gaussovo porazdeljena, se izkaže, da se konvolucija škatlaste porazdelitve in porazdelitve dodatne razmazanosti ne razlikuje bistveno od Gaussove funkcije z ustrezno varianco (slika 3.5).

Ker ne poznamo izvora napake  $\sigma_\theta$ , je porazdelitev zadetkov na detektorju v obliki Gaussove funkcije edina, ki jo lahko upravičimo za uporabo v identifikacijski metodi. Prispevki napak h končni porazdelitvi zadetkov po Čerenkovem kotu so podani v poglavju 2.3.1. Za izračun radialne porazdelitve fotonov na detektorju (pri pravokotnem vpadu) moramo rezultate iz odseka 2.3.1 množiti s faktorjem  $l/\cos^2\theta_{\check{C}}$ . Varianca porazdelitve na detektorju je pri pravokotnem vpadu torej:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12} \tan^2 \theta_{\check{C}} + \frac{\ell^2 \sigma_n^2}{n^2 \tan^2 \theta_{\check{C}} \cos^4 \theta_{\check{C}}} + \frac{\ell^2 (\sigma_\theta^n)^2}{\cos^4 \theta_{\check{C}}}.$$



**Slika 3.5.:** Pričakovana porazdelitev  $w(x)$  je konvolucija Gaussove porazdelitve z napako  $\sigma_0 = \ell\sigma_\theta^n / \cos^2\theta$  ter škatlaste porazdelitve z napako  $\sigma_d = d \tan\theta / \sqrt{12}$ . Za primerjavo je narisana Gaussova porazdelitev  $g(x, 0, \sigma_g)$  (enačba 3.7) s  $\sigma_g^2 = \sigma_0^2 + \sigma_d^2$ . Pri debelini aerogela  $d = 15$  je konvolucija že zelo primerljiva z Gaussovo funkcijo.



**Slika 3.6.:** Za izračun pokritosti ( $\mu$ ) celice je potrebna integracija Gaussove funkcije po površini kvadrata (šestkotnika), rezultat bo odvisen od naklona  $\alpha$ .

V splošnem je napaka tudi funkcija polarnega kota  $\sigma = \sigma(\theta_{\check{C}}, \varphi)$  prav tako povprečna vrednost  $r_0 = r_0(\theta_{\check{C}}, \varphi)$ , kot je razvidno iz slike 3.3. Pri pravokotnem vpadu delca, kotne odvisnosti ni, pri poševnem pa, namesto krožnega, dobimo eliptično obliko obroča na detektorju. V simulacijah je potrebno upoštevati tudi odvisnost od polarnega kota.

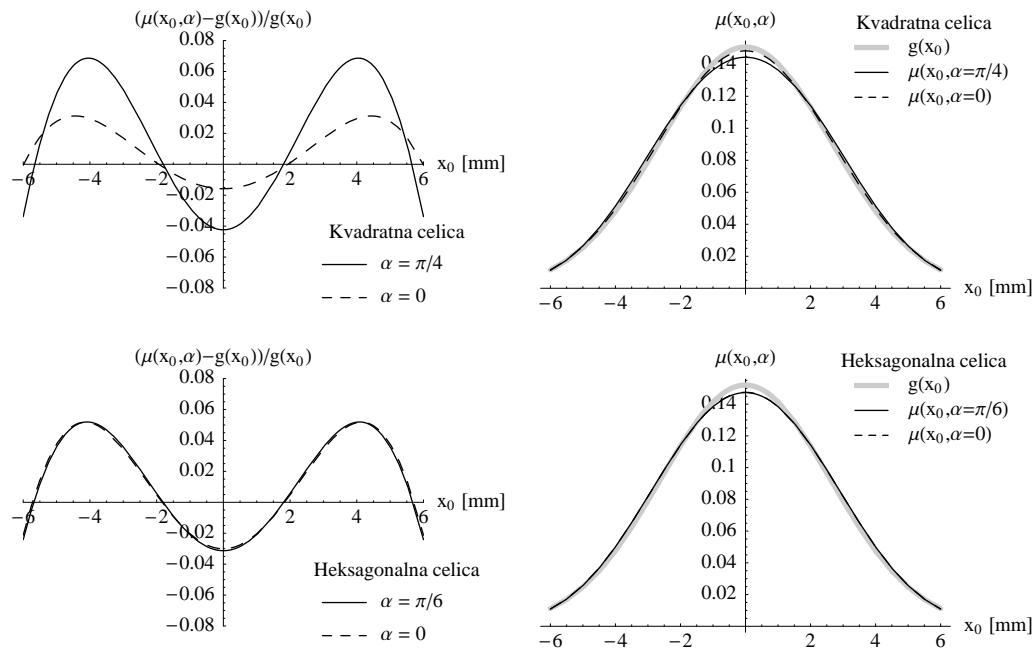
V območju celice se porazdelitev ne spreminja bistveno po kotu  $\varphi$ , imamo samo radialno odvisnost. Za izračun pokritosti celice  $\mu_i$  moramo Gaussovo porazdelitev  $g(r, r_0, \sigma)$  integrirati po površini celice

$$\mu(x_0, \alpha) = \frac{N_d}{2\pi r_0} \int_{S_\alpha} r g(r, r_0, \sigma) dr d\varphi \simeq \frac{N_d}{2\pi r_0} \int_{S_\alpha} g(x, x_0, \sigma) dx dy, \quad (3.6)$$

kjer z  $x_0$  označimo odmik centra obroča od centra celice (glej sliko 3.6),  $\alpha$  pa je zasuk celice glede na obroč, z  $g$  pa označimo gaussovo funkcijo:

$$g(x, x_0, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.7)$$

V našem primeru bo celica bodisi kvadratne, bodisi šestkotne oblike. Za primer kvadratne celice in šestkotne celice se da integral izraziti analitično. Porazdelitev spet ne bo dosti drugačna od Gaussove, dokler je velikost celice majhna, oz. primerljiva širini  $\sigma$ . Če je velikost celice večja, kot je širina  $\sigma$ , pa se pozna odvisnost od zasuca celice  $\alpha$  glede na obroč. Izkaže se, da je šestkotna celica veliko bolj imuna na zasuk kot kvadratna. Primerjava z Gaussovo porazdelitvijo je prikazana na sliki 3.7. Vidimo, da je odstopanje od Gaussove porazdelitve majhno (pod 5%), tudi pri celici velikosti  $S = 6 \times 6 \text{ mm}^2$ . Pri manjših velikostih kanalov detektorja fotonov je odstopanje še manjše.



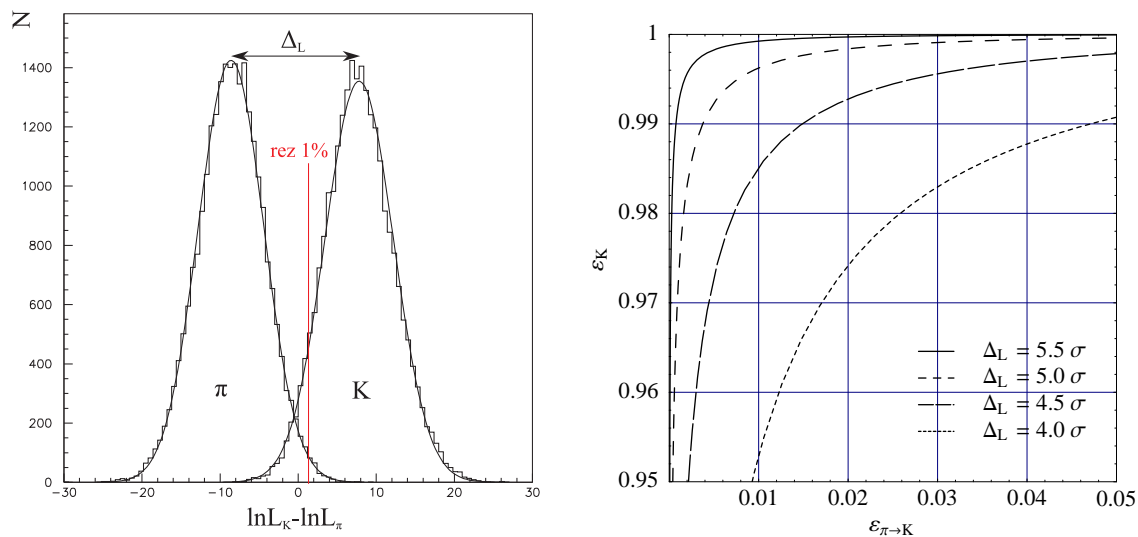
**Slika 3.7.:** Primerjava normirane vrednosti integrala (enačba 3.6) z Gaussovo funkcijo  $g(x_0, 0, \sigma_g)$  s primerno varianco  $\sigma_{g4}^2 = \sigma^2 + \frac{S_0}{12}$  za kvadratno celico, in  $\sigma_{g6}^2 = \sigma^2 + \frac{S_0}{12} \sqrt{\frac{25}{27}}$  za heksagonalno celico, kjer je  $\sigma = 2\text{mm}$  in  $S = 6 \times 6\text{mm}^2$ . Vidimo, da rotacija celice ne vpliva bistveno na pokritost. Pri kvadratni celici zasuk celice za kot  $\pi/4$  lahko spremeni vrednost integrala za  $\pm 3\%$ .

### 3.2.3. Ločevanje $K/\pi$

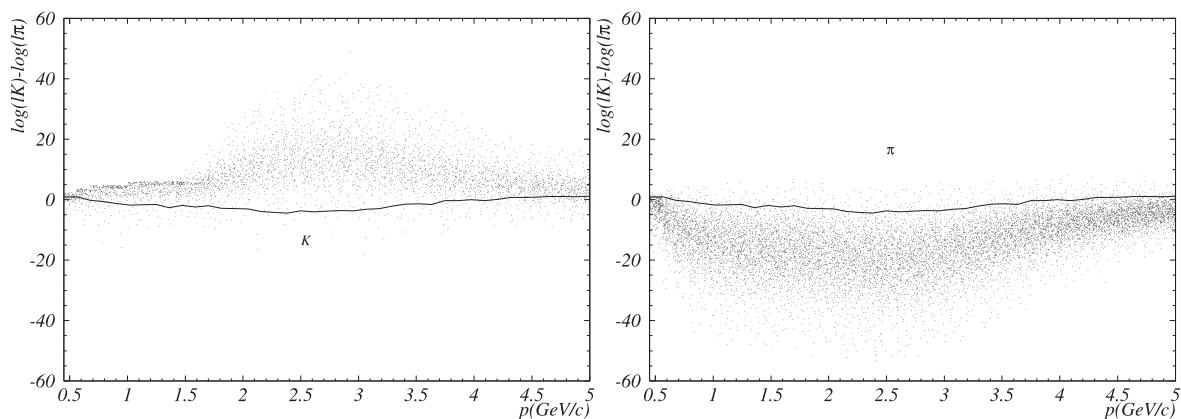
Glavna naloga detektorja obročev Čerenkova v spektrometru BELLE je ločevanje med pioni in kaoni. V procesu ločevanja najprej za vsako od hipotez izračunamo funkcijo zanesljivosti in ju primerjamo (odštejemo). Po metodi maksimalne zanesljivosti izberemo tisto hipotezo, pri kateri je rezultat funkcije zanesljivosti večji. Lahko pa postopamo nekoliko drugače. Recimo, da pri dani gibalni količini poznamo porazdelitev razlik funkcij zanesljivosti  $\ln L_K - \ln L_\pi$ , če je vpadni delec pion in če je vpadni delec kaon (slika 3.8). To porazdelitev dobimo iz simulacij oz. računskih rezultatov, ali pa neodvisnih meritev. Sedaj se vprašamo, s kolikšno verjetnostjo  $\varepsilon_K$  lahko pravilno detektiramo kaon, če privzamemo določeno verjetnost  $\varepsilon_{\pi \rightarrow K}$  za napačno identifikacijo piona. Izračunamo potreben rez v razliki funkcij zanesljivosti, pod katerim se še odločimo za delec enega tipa, nad rezom pa detektiramo delec drugega tipa (slika 3.8).

Izkoristek za detekcijo delca definiramo kot delež vpadlih delcev, ki smo jih pravilno identificirali. Velika verjetnost za napačno identifikacijo piona ( $\varepsilon_{\pi \rightarrow K}$ ) ima za posledico večji izkoristek za identifikacijo kaona ( $\varepsilon_K$ ). Kot je razvidno iz slike 3.8, je izkoristek za detekcijo kaona odvisen od razmika  $\Delta_L$  med porazdelitvama funkcije zanesljivosti v primerjavi s širino  $\sigma$  obeh porazdelitev ter od izbrane verjetnosti za napačno identifikacijo piona.

Za obravnavo detektorja je bolj primerno, da postavimo fiksno verjetnost za napačno identifikacijo piona, in opazujemo, kako se izkoristek za detekcijo kaona spreminja pri različnih vhodnih podatkih in parametrih detektorja.



**Slika 3.8.:** Levo: primer porazdelitve razlike funkcij znesljivosti za kaon in pion dobljeno iz simulacij pri 4 GeV/c (prerez porazdelitve s slike 3.9). Rez določimo tako, da izberemo verjetnost  $\varepsilon_{\pi \rightarrow K}$  za napačno identifikacijo piona. Desno: verjetnost  $\varepsilon_K$  za pravilno identifikacijo kaona je odvisna od izbranega reza (verjetnosti za napačno identifikacijo piona  $\varepsilon_{\pi \rightarrow K}$ ). Pri  $\varepsilon_{\pi \rightarrow K} = 1\%$  je verjetnost za detekcijo kaona  $\varepsilon_K = 95\%$ , če je razmik med porazdelitvama  $\Delta_L$  enak štirikratni širini porazdelitve.



**Slika 3.9.:** Simulirana razlika funkcije zanesljivosti v odvisnosti od gibalne količine za pione in kaone. S črto je označen izračunan rez pri pogoju 1% napačne identifikacije za pion.

## 4. Analitična obravnava

Delovanje detektorja je odvisno od mnogih parametrov, izbire lomnega količnika in debeline aerogela, velikosti celice detektorja fotonov, izkoristka za detekcijo fotonov. Pozorni moramo biti na najpomembnejše dejavnike, ki vplivajo na izkoristek identifikacijske metode, zato je pomembno, da znamo oceniti, kateri od dejavnikov dejansko prispeva k izkoristku. Analitični rezultati, ki jih dobimo iz zelo enostavnega modela detektorja, predstavljenega v poglavju 4.2, nam dajejo že zelo dobro sliko delovanja dejanskega detektorja, točna analiza pa mora seveda obsegati natančnejšo simulacijo dogodkov.

### 4.1. Izračun funkcije zanesljivosti

Pri računanju funkcije zanesljivosti iz izmerjenih zadetkov moramo poznati porazdelitev fotonov na našem detektorju. Če znamo dovolj dobro opisati porazdelitveno funkcijo za fotone na detektorju, potem lahko ta podatek izkoristimo in nam načeloma ni potrebno simulirati dogodkov, ki bi nam dali takšno porazdelitev na detektorju, kot jo pričakujemo. Postopek za izračun funkcije zanesljivosti je znan, porazdelitvena funkcija zadetkov na detektorju tudi, zato bi načeloma lahko izračunali porazdelitveno funkcijo za  $\ln L$ .

Po centralno-limitnem teoremu je porazdelitev vsote stohastično neodvisnih spremenljivk približno Gaussova [8]. Ker pri računanju razlike logaritmov funkcije zanesljivosti seštevamo prispevke posameznih zadetkov in imamo tipično 10 ali več zadetih kanalov na dogodek, lahko upravičeno domnevamo, da je porazdelitvena funkcija razlike logaritmov funkcij zanesljivosti

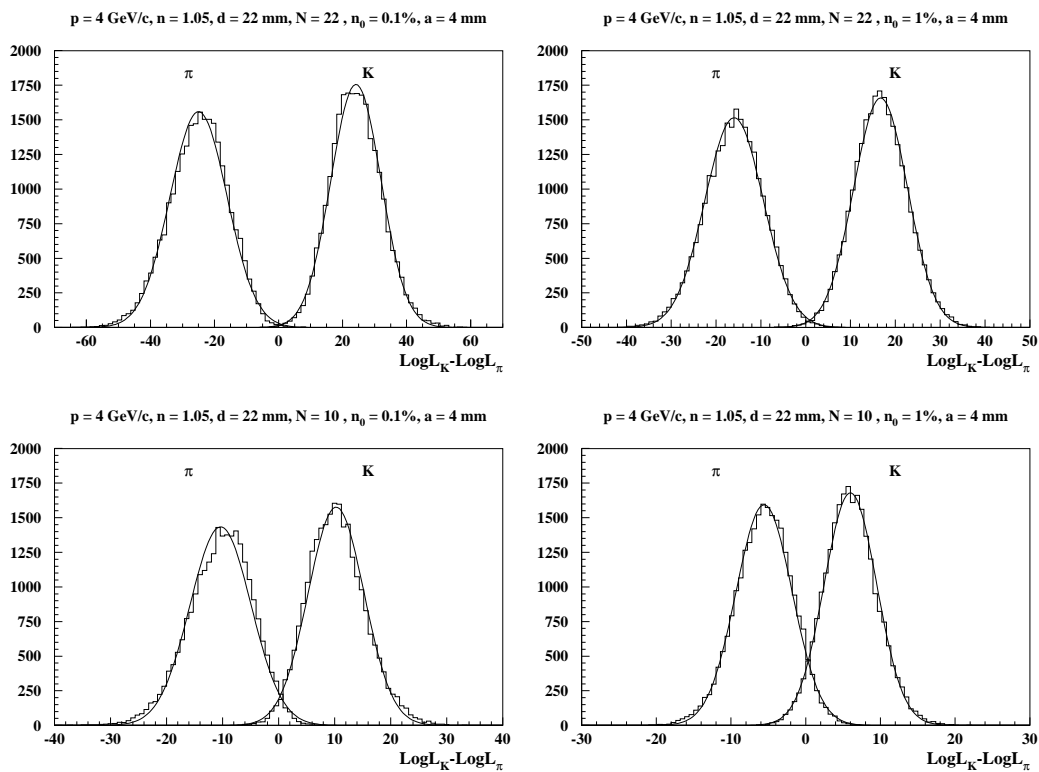
$$\Delta \ln L = \ln L_K - \ln L_\pi$$

Gaussove oblike. Rezultati simulacij in meritev kažejo, da je porazdelitev res zelo blizu Gaussovi porazdelitvi (slika 4.1), če imamo dovolj veliko število zadetkov v obroču in dovolj zadetkov zaradi ozadja. Pri majhnih gibalnih količinah (slika 4.2), ko sta obroča precej naražen, in pri zelo majhnih ozadjih nastopijo težave, ki so posledica majhnega števila zadetkov in dejstva, da logaritem funkcije zanesljivosti ni dobro definiran, če je verjetnost za zadetek v kanalu majhna ( $\mu \approx 0$ ). Analitični rezultati pri majhnih gibalnih količinah zato ne bodo uporabni.

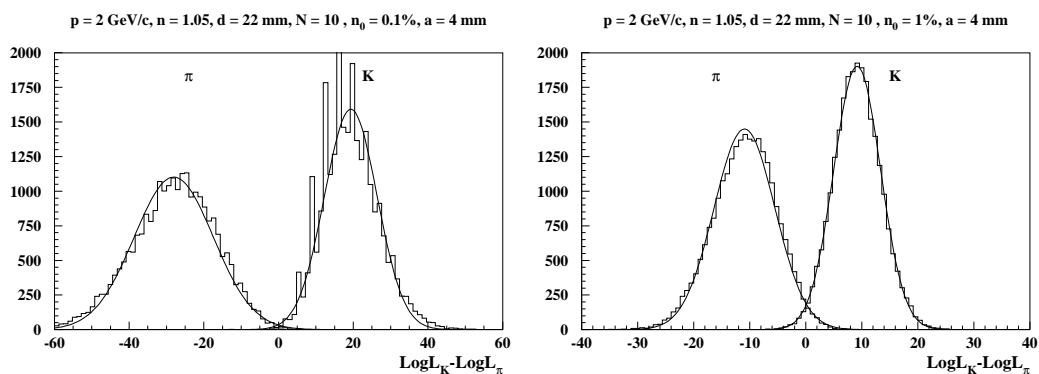
Če predpostavimo dovolj veliko ozadje  $n_0$ , je porazdelitvena funkcija za  $\Delta \ln L$  v območju gibalnih količin  $p \approx 4 \text{ GeV}/c$  res Gaussove oblike. Dovolj je torej, da poznamo povprečno vrednost ( $\overline{\Delta \ln L}$ ) in širino porazdelitve ( $\sigma^2$ ). Izkaže se (izpeljava v dodatku C), da lahko izračunamo povprečno vrednost in napako porazdelitve v primeru, ko ne razločujemo med številom zadetkov v posameznem kanalu (indeks  $K$ , če je vpadni delec kaon, ter  $\pi$ , če je vpadni delec pion):

$$\overline{\Delta \ln L_{K,\pi}} = -\Delta N + \frac{1}{S_0} \int_S (1 - e^{-\mu_{K,\pi}}) \ln \left( \frac{e^{\mu_K} - 1}{e^{\mu_\pi} - 1} \right) dS, \quad (4.1)$$

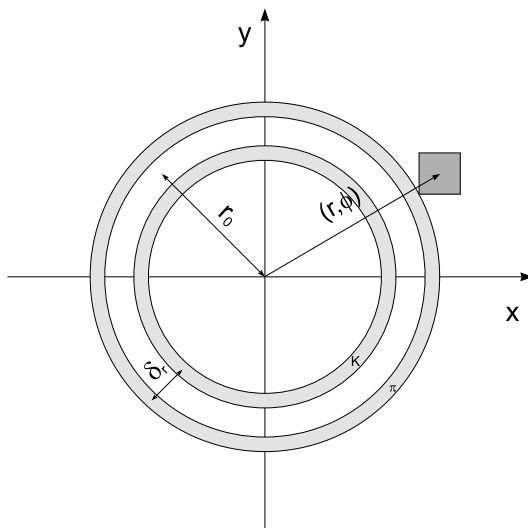
$$\sigma_{K,\pi}^2 = \frac{1}{S_0} \int_S (1 - e^{-\mu_{K,\pi}}) e^{-\mu_{K,\pi}} \ln^2 \left( \frac{e^{\mu_K} - 1}{e^{\mu_\pi} - 1} \right) dS, \quad (4.2)$$



**Slika 4.1.:** Porazdelitveni funkciji za  $\Delta \ln L = \ln L_K - \ln L_\pi$  za kaon in pion pri  $4 \text{ GeV}/c$ , pridobljeni iz simulacij, kjer se upošteva poln odziv detektorja. Pri majhnem celotnem številu izsevanih fotonov in majhnem ozadju je odstopanje od Gaussove funkcije nekoliko večje ( $N$  je povprečno število detektiranih fotonov v pionskem obroču,  $n_0$  pa je delež zadetkov zaradi ozadja).



**Slika 4.2.:** Odstopanje porazdelitvenih funkcij  $\Delta \ln L = \ln L_K - \ln L_\pi$  za kaon in pion pri  $2 \text{ GeV}/c$  je nekoliko večje, saj je število izsevanih fotonov manjše ( $N$  je število detektiranih fotonov v pionskem obroču, v kaonskem obroču je fotonov manj). Kot lahko vidimo ozadje 1% že precej zgladi porazdelitveno funkcijo v primerjavi z ozadjem 0.1%.



**Slika 4.3.:** Pokritost celice detektorja ( $\mu(r, \phi)$ ) je odvisna od lege celice ( $\vec{r} = (r, \phi)$ ) glede na center obroča ter od radija obroča.

kjer je  $S_0$  površina kanala,  $\Delta N = N_K - N_\pi$  je razlika v številu detektiranih fotonov, integriramo pa po celotni površini detektorja. Funkcija  $\mu$  je pokritost celice detektorja oz. število fotonov v posameznem kanalu (glej razpravo v odseku 3.2.2 in sliko 4.3) in je odvisna od koordinate kanala na detektorju fotonov  $\vec{r} = (r, \phi)$ . V primeru, ko imamo opraviti z detektorjem, ki je zmožen registrirati več fotonov v istem kanalu, pa velja (izpeljava v dodatku C):

$$\overline{\Delta \ln L_{K,\pi}} = -\Delta N + \frac{1}{S_0} \int_S \mu_{K,\pi} \ln \left( \frac{\mu_K}{\mu_\pi} \right) dS, \quad (4.3)$$

$$\sigma_{K,\pi}^2 = \frac{1}{S_0} \int_S \mu_{K,\pi} \ln^2 \left( \frac{\mu_K}{\mu_\pi} \right) dS, \quad (4.4)$$

V limiti majhnih  $\mu_K$  in  $\mu_\pi$  sta oba rezultata seveda identična.

Ko imamo povprečje in napako porazdelitve, ni težko dobiti zveze za izkoristek. Izkoristek za identifikacijo kaona je podan z integralom Gaussove funkcije:

$$\varepsilon_K = \int_{x_r}^{\infty} g(x, \Delta \ln L_K, \sigma_K) dx = \frac{1}{2} \left( 1 + \text{Erf} \left( \frac{\Delta \ln L_K - x_r}{\sqrt{2}\sigma_K} \right) \right), \quad (4.5)$$

kjer je  $x_r$  privzeti rez za identifikacijo in funkcija  $\text{Erf}(x) = 2/\sqrt{\pi} \int \exp(-x^2) dx$ . Rez  $x_r$  lahko postavimo na 0, ali pa ga izračunamo iz pogoja za verjetnost zgrešene identifikacije piona  $\varepsilon_{\pi \rightarrow K}$ . Vrednost  $x_0$  dobimo kot rešitev enačbe

$$\varepsilon_\pi = 1 - \varepsilon_{\pi \rightarrow K} = \int_{-\infty}^{x_r} g(x, \Delta \ln L_\pi, \sigma_\pi) dx = \frac{1}{2} \left( 1 - \text{Erf} \left( \frac{\Delta \ln L_\pi - x_r}{\sqrt{2}\sigma_\pi} \right) \right). \quad (4.6)$$

Na tem mestu se lahko vprašamo še, kako na izkoristek identifikacije vpliva uporaba binarnega detektorja fotonov, tj. detektorja, ki ni zmožen razločevati med številom fotonov v posameznem kanalu. Radij obroča je pri 4 GeV/c okoli 60 mm. Pri 20 detektiranih fotonih na obroč, pri širini obroča  $\sigma = \sigma_\theta \ell / \cos^2 \theta_{\tilde{C}} = 2.8$  mm in velikosti kanala  $a = 5$  mm, je največje število fotonov v kanalu  $\mu = 0.19$ . Verjetnost, da je fotonov v kanalu dva ali več, je  $P = 1 - e^{-\mu} - \mu e^{-\mu} \approx \frac{1}{2} \mu^2$ , kar je zgolj 2%. Mera za izkoristek identifikacije je  $\frac{\Delta \ln L}{\sigma}$ . Pričakujemo, da bo razmerje za binarni detektor manjše, saj je število detektiranih fotonov manjše za 2%. Razmerje  $\frac{\Delta \ln L}{\sigma}$  je v prvem približku funkcija  $\sqrt{N}$  (enačba 4.7), tako da je za binarni detektor približno za 1% manjše. Število fotonov v celici mora biti dosti večje od 0.20, da bi se bistveno poznala razlika v izbiri metode.

## 4.2. Enostaven model detektorja

Izraza za povprečno vrednost (enačba 4.1 in 4.3) in varianco (enačba 4.2 in 4.4) v splošnem ne moremo analitično izračunati. Nekoliko stvari poenostavimo, če predpostavimo pravokotni vpad delca in upoštevamo, da se  $\mu(r, \phi)$  malo spreminja po kotu in je Gaussova funkcija po radiju. To je v večini primerov zelo dober približek, saj je, kot smo videli, odvisnost pokritosti  $\mu$  (enačba 3.6) res dokaj neodvisna od zasuka celice, po radiju pa približno Gaussova funkcija, če le ni velikost celice prevelika v primerjavi z napako porazdelitve. Kljub temu ne moremo dobiti točnih analitičnih rezultatov, razen za primer, ko lahko ozadje popolnoma zanemarimo.

### 4.2.1. Brez ozadja

Če ozadja ni, lahko izkoristek za identifikacijo določimo na podlagi izmerjene porazdelitve kota Čerenkova (slika 2.2). Postopek identifikacije je popolnoma enak kot smo to prikazali v poglavju 3.2.3 (glej sliko 3.8). Izberemo verjetnost za napačno identifikacijo piona in glede na porazdelitev zadetkov po kotu Čerenkova izračunamo potreben rez. Namesto računanja izkoristka lahko podamo oceno za učinkovitost identifikacije tako, da napako meritve kota Čerenkova  $\sigma/\sqrt{N_d}$  primerjamo z razmikom med obročema  $\delta_r$ . Pri metodi maksimalne zanesljivosti pa namesto merjenja kota Čerenkova za pion in kaon, izmerimo vrednost funkcije zanesljivosti  $\Delta \ln L$  za pion in kaon. Učinkovitost identifikacije je tako podana z razmikom med porazdelitvama  $\Delta \ln L$  za pion in kaon (slika 3.8). Ne glede na način, kako izvedemo identifikacijo bi morala biti učinkovitost identifikacije enaka:

$$\frac{\delta_r}{\sigma/\sqrt{N_d}} \simeq \frac{\overline{\Delta \ln L_K}}{\sigma_K} - \frac{\overline{\Delta \ln L_\pi}}{\sigma_\pi} = \frac{\Delta_L}{\sigma_L}, \quad (4.7)$$

kjer z  $\Delta_L$  označimo razmik med povprečnima vrednostima logaritmov funkcij zanesljivosti za pion in kaon (glej sliko 3.8). Razmerje  $\frac{\Delta_L}{\sigma_L}$  lahko poimenujemo učinkovitost identifikacije oz. ločljivost identifikacije. Učinkovitost identifikacije bi morala biti podobna, če jo izpeljemo iz enačb 4.3 in 4.4. V najbolj enostavnem primeru predpostavimo, da je funkcija  $\mu_K(r, \phi)$  neodvisna od kota  $\phi$ , po radiju pa Gaussova:

$$\mu(r) = n_f e^{-\frac{(r-r_0)^2}{2\sigma^2}},$$

kjer je  $r_0$  radij obroča Čerenkova na detektorju in  $n_f = \frac{N_d S_0}{2\pi r_0 \sqrt{2\pi}\sigma}$  maksimalno število fotonov na posamezni kanal v vrhu porazdelitve, in je  $N_d$  celotno število fotonov v obroču. Predpostavimo, da je v  $\sigma^2 = (\sigma_d^2 + \sigma_a^2 + \sigma_t^2)$  prispevek zaradi širine obroča  $\sigma_d = \frac{d}{\sqrt{12}} \tan \theta$ , napaka zaradi velikosti celice  $\sigma_a = \frac{a}{\sqrt{12}}$ , prispevke ostalih napak pa opišemo s  $\sigma_t = \frac{\ell \sigma_\theta^n}{\cos^2 \theta}$ , kjer je  $\ell$  razdalja do detektorja in  $\sigma_\theta^n$  napaka, ki je posledica disperzije in drugih prispevkov. Zanima nas predvsem delovanje pri večjih gibalnih količinah. Ker je  $N_d$  sorazmeren kvadratu radija, je koeficient  $n_f$  linearna funkcija radija ( $r_0$ ) in se za kaon in pion pri velikih gibalnih količinah ne razlikuje bistveno, lahko privzamemo, da je kar enak v obeh primerih. Z drugimi besedami: za oba delca privzamemo enako število izsevanih fotonov in enak radij obroča ( $r_0$ ), razen tam, kjer v enačbah nastopa razlika radijev (slika 4.3). Na ta način poenostavimo izraze, saj je v enačbi 4.3 sedaj  $\Delta N = 0$ ,  $\overline{\Delta \ln L_K}$  in  $\overline{\Delta \ln L_\pi}$  pa se razlikujeta samo za predznak. Iz enačb 4.3 in 4.4 sledi:

$$\overline{\Delta \ln L_0} = \frac{2\pi r_0}{S_0} \int_0^\infty \mu(r - \delta_r/2) \ln \left( \frac{\mu(r - \delta_r/2)}{\mu(r + \delta_r/2)} \right) dr = N_d \frac{\delta_r^2}{2\sigma^2}, \quad (4.8)$$

$$\sigma_{L_0}^2 = \frac{2\pi r_0}{S_0} \int_0^\infty \mu(r - \delta_r/2) \ln^2 \left( \frac{\mu(r - \delta_r/2)}{\mu(r + \delta_r/2)} \right) dr = N_d \left( \frac{\delta_r^4}{4\sigma^4} + \frac{\delta_r^2}{\sigma^2} \right), \quad (4.9)$$



Kot smo videli, je mera za izkoristek identifikacije razmerje povprečne vrednosti in napake  $\frac{\Delta_{L_0}}{\sigma_{L_0}} = \frac{2\overline{\Delta \ln L_0}}{\sigma_{L_0}}$ , ki mora biti čim večje. V približku majhnega ozadja dobimo:

$$\frac{\Delta_{L_0}}{\sigma_{L_0}} = \frac{\delta_r \sqrt{N_d}}{\sqrt{\delta_r^2/4 + \sigma^2}}. \quad (4.10)$$

Primerjava z vrednostjo, ki smo jo dobili iz meritve kota Čerenkova (enačba 4.7), nam pove, da je tako dobljeni izkoristek navidezno manjši. Pri parametrih  $N_d = 20$ ,  $\delta_r = 5$  mm in  $\sigma = 3$  mm dobimo  $\Delta_{L_0}/\sigma_{L_0} \approx 5.7$ , in  $\Delta_L/\sigma_L \approx 7.5$ , če to izračunamo iz zveze 4.7. Razlog, zakaj je učinkovitost podana z 4.10 manjša od 4.7, je v tem, da porazdelitvena funkcija za razliko logaritmov funkcij zanesljivosti  $\Delta \ln L$ , ko ozadje zanemarimo, ni podobna Gaussovi funkciji (slika 4.1). Izračun izkoristka (4.5, 4.6) iz zveze 4.10 bo zato napačen.

### 4.2.2. Vpliv ozadja

Veliko bolj nas zanima, kako ozadje vpliva na razmerje 4.10. Vemo, da bodo rezultati bližje rezultatom polne analize, saj je porazdelitev bolj podobna Gaussovi, če dodamo nekaj ozadja. Funkcija  $\mu(r, \phi)$  je sedaj:

$$\mu(r) = n_0 + n_f e^{-\frac{(r-r_0)^2}{2\sigma^2}}.$$

Zaradi ozadja  $n_0$  je razmerje 4.10 nekoliko drugačno. Da bo bolj pregledno, uvedemo brezdimenzijske količine  $\kappa = \frac{n_0}{n_f}$ ,  $\zeta = \frac{\delta_r}{\sigma}$  ter  $\rho = \frac{r}{\sigma}$ , in zapišemo:

$$\nu(\rho) = \kappa + e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}}.$$

Integrala (4.8, 4.9) se z novimi količinami prepiseta v:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta \ln L} &= N_d \int_0^\infty \nu(\rho - \zeta/2) \ln \left( \frac{\nu(\rho - \zeta/2)}{\nu(\rho + \zeta/2)} \right) d\rho, \\ \sigma_L^2 &= N_d \int_0^\infty \nu(\rho - \zeta/2) \ln^2 \left( \frac{\nu(\rho - \zeta/2)}{\nu(\rho + \zeta/2)} \right) d\rho. \end{aligned}$$

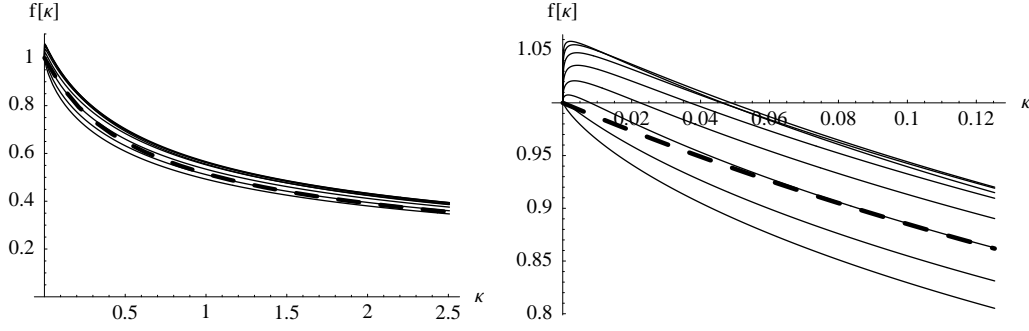
Vidimo, da bo končni rezultat funkcija treh spremenljivk ( $N_d$ ,  $\zeta$  ter  $\kappa$ ), zapišemo ga s popravkom  $f(\kappa, \zeta)$ , tako da je funkcija  $f(0, \zeta) = 1$ :

$$\frac{\Delta_L}{\sigma_L} = \frac{\Delta_{L_0}}{\sigma_{L_0}} f(\kappa, \zeta), \quad (4.11)$$

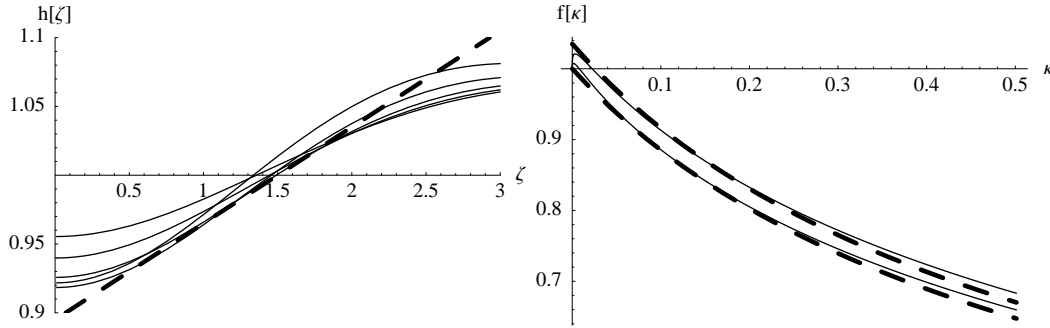
kjer je  $\Delta_L = 2\overline{\Delta \ln L}$ . Žal se integrala v 4.3 in 4.4 ne da izračunati, prav tako si ne moremo pomagati z razvojem v Taylorjevo vrsto (za majhne  $\kappa$ ). Integral lahko izračunamo numerično, primerjava je prikazana na sliki 4.4. Opazimo lahko, da se v okolici  $\kappa = 0$  učinkovitost (enačba 4.11) celo poveča, ko dodamo ozadje, še en dokaz več, da porazdelitev ni Gaussova pri majhnih vrednostih ozadja.

Funkcijsko odvisnost popravka lahko dokaj dobro ocenimo. Predpostavimo, da se popravek ne bo bistveno razlikoval, če vzamemo drugo porazdelitveno funkcijo za  $\mu$ , z isto povprečno vrednostjo in napako. Najenostavnejša funkcija, ki jo lahko skonstruiramo in upamo na uporabne rezultate, je stopničasta:

$$\mu(r) = \begin{cases} n_0 + n'_f & \text{če } r_0 - s/2 < r < r_0 + s/2, \\ n_0 & \text{sicer} \end{cases},$$



**Slika 4.4.:** Popravek  $f$  v odvisnosti od  $\kappa = \frac{n_0}{n_f}$  za različne vrednosti  $\zeta = \frac{\delta_r}{\sigma}$ . Spodnja krivulja pripada vrednosti  $\zeta = 0.5$ , nato si sledijo v koraku po 0.5 do  $\zeta = 4$ . Črtkana ter odebeljena krivulja je funkcija  $(1 + 2.76\kappa)^{-1/2}$  (enačba 4.12). Ujemanje je presenetljivo dobro, glede na to, da je funkcijska odvisnost dobljena iz drugačne porazdelitve.



**Slika 4.5.:** Levo: Popravek  $h(\zeta)$  (enačba 4.13) za različne vrednosti  $\kappa = 0.025, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4$ . S črtkano črto je narisana funkcija  $h(\zeta) = 1 + 0.07(\zeta - 1.5)$ . V območju, ki nas zanima  $\zeta = 1.5 - 2$  je linearen približek dovolj dober. Desno: s polno črto popravek  $f(\kappa)$  za  $\zeta = 1.5$  (spodnja) in  $\zeta = 2$  (zgornja krivulja). S črtkano črto je označena funkcija  $\frac{1 + 0.07(\zeta - 1.5)}{1 + 2.76\kappa}$ . Ujemanje je dovolj dobro v območju od  $\kappa = 0.05$  do  $\kappa = 0.3$ .

s širino stopnice  $s = \sqrt{12}\sigma$  in  $n'_f = \frac{N_d S_0}{2\pi r_0 s} = \frac{N_d S_0}{2\pi r_0 \sqrt{12}\sigma}$ . Izkaže se (izpeljava v dodatku D), da je popravek  $f(\kappa)$  za ta primer

$$f(\kappa) = \left(1 + 2\frac{n_0}{n'_f}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2\pi}}\kappa\right)^{-\frac{1}{2}} = (1 + 2.76\kappa)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.12)$$

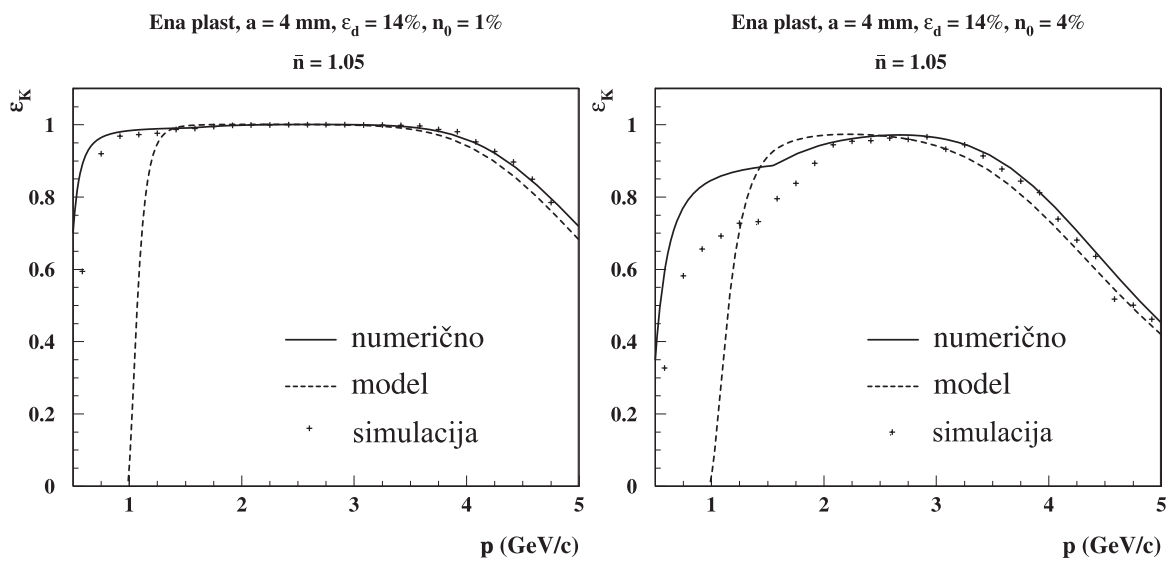
Iz slik je razvidno, da je potreben še manjši popravek odvisen od  $\zeta = \frac{\delta_r}{\sigma}$ , tako da je v prvem približku

$$\frac{\Delta_L}{\sigma_L} = \frac{\sqrt{N_d}}{\sqrt{1/4 + \zeta^{-2}}} \left( \frac{h(\zeta)}{\sqrt{1 + 2.76\kappa}} \right) \quad (4.13)$$

Pri 4 GeV/c se kota izsevanih fotonov za pion in kaon razlikujeta za 23 mrad, radija obročev na detektorju se razlikujeta za  $\delta_r \approx 5$  mm, razmazanost po radiju pa je  $\sigma \approx 3$  mm. Pri 20 detektiranih fotonih Čerenkova je maksimalno število fotonov v kanalu velikosti  $a = 4$  mm okoli  $n_f \approx 0.1$ . Tipične vrednosti parametrov so zato v območju  $\zeta \approx 1.7$  in  $\kappa \approx 0.1$ . Popravek je v tem območju linearna funkcija  $\zeta$ ,  $h(\zeta) = 1 + k(\zeta - \zeta_0)$ , kjer je približno  $\zeta_0 = 1.5$  in  $k = 0.07$  (slika 4.5). Tudi brez popravka  $h(\zeta)$  je  $\frac{\Delta_L}{\sigma_L}$  znotraj  $\pm 5\%$  za vse vrednosti parametrov (slika 4.4), tako da je za prvi opis popolnoma dovolj, če je  $h = 1$ .

## 4.2.3. Primerjava s polno simulacijo detektorja

V enostavnem analitičnem modelu smo med drugim predpostavili, da sta obliki porazdelitvenih funkcij  $\Delta \ln L$  za pion in kaon enaki ( $\overline{\Delta \ln L_K} = -\overline{\Delta \ln L_\pi}$  in  $\sigma_K^2 = \sigma_\pi^2$ , enačbi 4.3, 4.4). Na tem mestu se je zato dobro vprašati kakšna je primerljivost rezultatov enostavnega modela z numeričnimi rezultati, ki bi jih dobili z integracijo (enačbi 4.3, 4.4) oz. še boljše, kakšna je primerljivost s simuliranimi rezultati. Postopek, kako rezultate enostavnega modela (enačba 4.13) interpretiramo kot izkoristek za identifikacijo kaona pri privzeti verjetnosti za napačno identifikacijo piona, je podan z enačbo 4.5 in 4.6. Na sliki 4.6 je prikazana primerjava izkoristka za identifikacijo kaona pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona dobljenega iz enostavnega modela, numeričnega izračuna in izkoristka dobljenega na podlagi simulacij. Vidimo, da je ujemanje pri večjih gibalnih količinah zadovoljivo. V kinematičnem območju pod 2 GeV/c pa je ujemanje slabše, kar smo pričakovali, saj je privzetek o Gaussovi porazdelitvi razlike  $\Delta \ln L$  napačen.



**Slika 4.6.:** Primerjava izračunanega izkoristka za identifikacijo kaona pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona dobljenega iz enostavnega modela (enačba 4.13), izkoristka dobljenega iz numeričnih rezultatov – izkoristek izračunan na podlagi numerične integracije (enačba 4.3, 4.4), in izkoristka dobljenega iz simulacij. Privzeta je 22 mm debela plast aerogela in 14% izkoristek za detekcijo fotona z valovno dolžino 400 nm.

### 4.3. Optimizacija detektorja

Pri optimizaciji detektorja želimo maksimirati učinkovitost  $\frac{\Delta_L}{\sigma}$ . Za izračun rezultatov bomo uporabili enostaven model, čeprav bi lahko z numerično integracijo dosegli bolj simulacijam primerljive rezultate. Namen ni bil točno določiti optimalne parametre, bolj raziskati kateri dejavniki najbolj vplivajo na končni izkoristek oz. učinkovitost identifikacije. Točnejša analiza je predstavljena v poglavju 5.

Optimizacijo je najbolje obravnavati v dveh korakih. Kot je razvidno iz enačbe 4.13 se moramo najprej potruditi, da je število detektiranih fotonov ( $N_d$ ) čim večje, širina obroča ( $\sigma$ ) čim manjša ter razmik med obroči ( $\delta_r$ ) čim večji. To dosežemo s pravilno izbiro sevalca. Nato optimiziramo detektor fotonov, potruditi se je treba, da je izkoristek za detekcijo čim večji, šuma čim manj. Izbrati je treba primerno velikost celice detektorja in velikost aktivne površine.

Kot smo videli, je izkoristek za detekcijo odvisen od števila detektiranih fotonov  $N_d$ , ter razmerja  $\zeta = \frac{\delta_r}{\sigma}$  in  $\kappa = \frac{n_0}{n_f}$ . Če je število detektiranih fotonov (zaradi večjega izkoristka fotonskega detektorja) ter ozadje fotonskega detektorja dvakrat večje, tako da razmerje  $\kappa = \frac{n_0}{n_f}$  ostane nespremenjeno, to na obravnavo detektorja ne vpliva. Optimalni parametri (debelina sevalca, lomni količnik, velikost celice) ostanejo nespremenjeni, seveda pa je razmerje  $\frac{\Delta_L}{\sigma}$  v tem primeru večje za faktor  $\sqrt{2}$ . Za iskanje optimalnih parametrov je torej dovolj, če fiksiramo število detektiranih fotonov na enoto debeline sevalca (izkoristek detektorja fotonov je konstanten). Število detektiranih fotonov je, kot smo videli (enačba 2.2),

$$N_d = \varepsilon_d N_0 \sin^2 \theta_{\check{c}} \Lambda \left(1 - e^{-\frac{d}{\Lambda}}\right), \quad (4.14)$$

kjer je sorazmernostni koeficient  $N_0 = 65 \text{ mm}^{-1}$  dobljen iz meritev (slika 5.3),  $\varepsilon_d$  pa izkoristek za detekcijo fotona z valovno dolžino  $\lambda = 400 \text{ mm}$ . V vseh rezultatih je predpostavljena sipalna dolžina za aerogel  $\Lambda = 45 \text{ mm}$ , razen če ni drugače navedeno.

#### Debelina sevalca

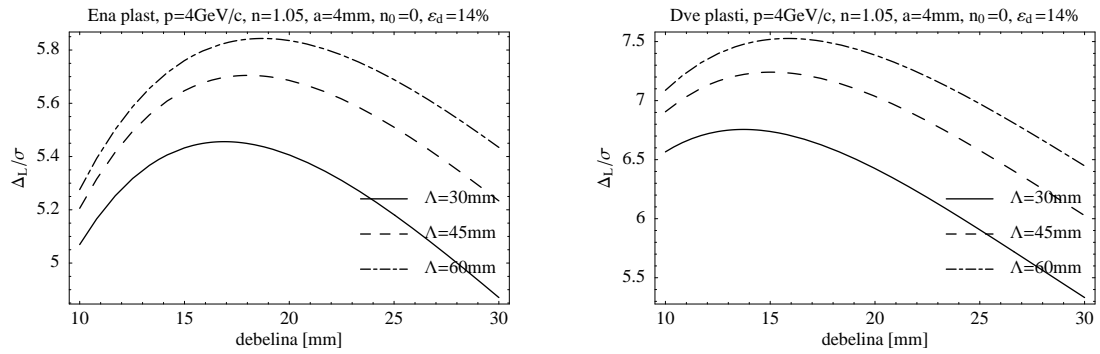
Z debelino sevalca ( $d$ ) določimo število fotonov na detektorju (4.14). Napako meritve enostavno zapišemo kot:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12} \tan^2 \theta_{\check{c}} + \frac{\ell^2 \sigma_\theta^2}{\cos^4 \theta_{\check{c}}}.$$

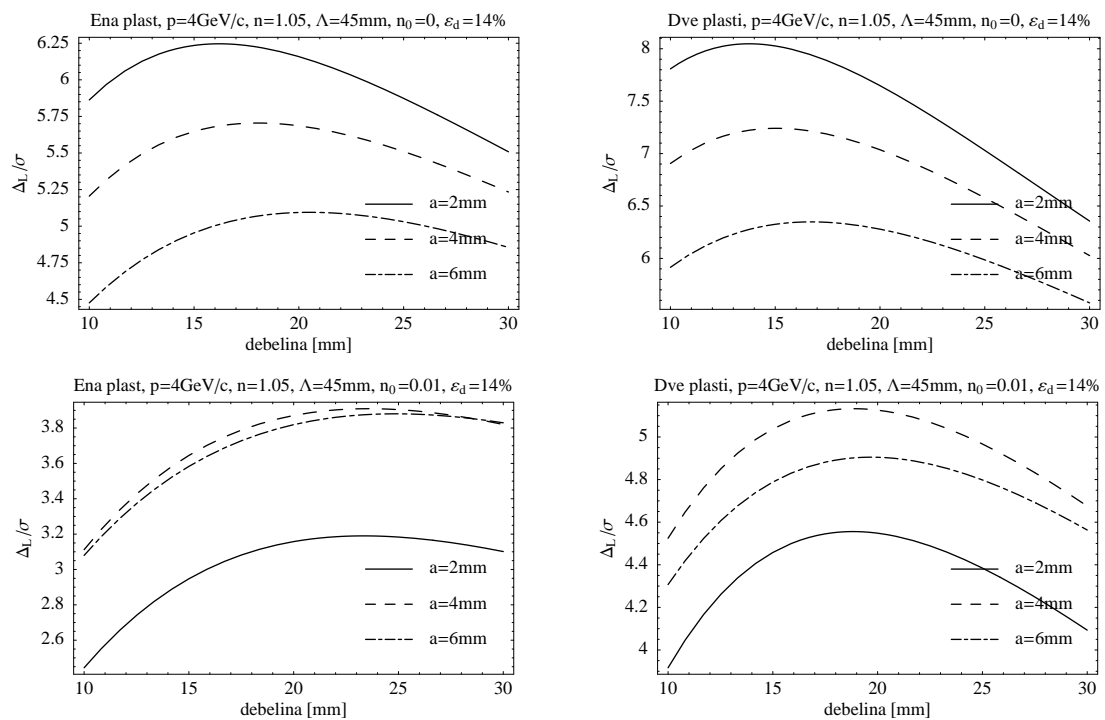
Če uporabimo sevalec sestavljen iz dveh ali več aerogelov enakih debelin s primerno izbranimi lomnimi količniki, tako da se pri  $4 \text{ GeV}/c$  obroči prekrijejo, je napaka manjša:

$$\sigma^2 = \frac{\ell^2 \sigma_\theta^2}{\cos^4 \theta_{\check{c}}} + \frac{(d/n_a)^2}{12} \tan^2 \theta_{\check{c}},$$

kjer je  $d$  celotna debelina sevalca, sestavljenega iz  $n_a$  aerogelov debeline  $d/n_a$ . Na sliki 4.7 je prikazan  $\Delta_L/\sigma$  za različne vrednosti  $\Lambda$  v primeru enostavnega modela. Optimalna debelina je pri maksimalni vrednosti  $\Delta_L/\sigma$ . Pri predpostavljeni vrednosti  $\sigma_\theta = 8 \text{ mrad}$  in  $a = 4 \text{ mm}$  je optimalna debelina plasti okoli  $18 \text{ mm}$ , če imamo eno plast, in  $14 \text{ mm}$ , če imamo dve plasti aerogela. Optimalna debelina aerogela je odvisna tudi od ozadja. Pri večjem ozadju potrebujemo debelejši sevalec. Pri ozadju  $n_0 = 1\%$  je optimalna debelina plasti  $25 \text{ mm}$  v enoplastnem in  $19 \text{ mm}$  v primeru dvoplastnega sevalca.



Slika 4.7.: Učinkovitost identifikacije (enačba 4.7) v odvisnosti od debeline sevalca za različne sipalne dolžine aerogela  $\Lambda$  v primeru ko ozadja ni  $n_0 = 0$ .



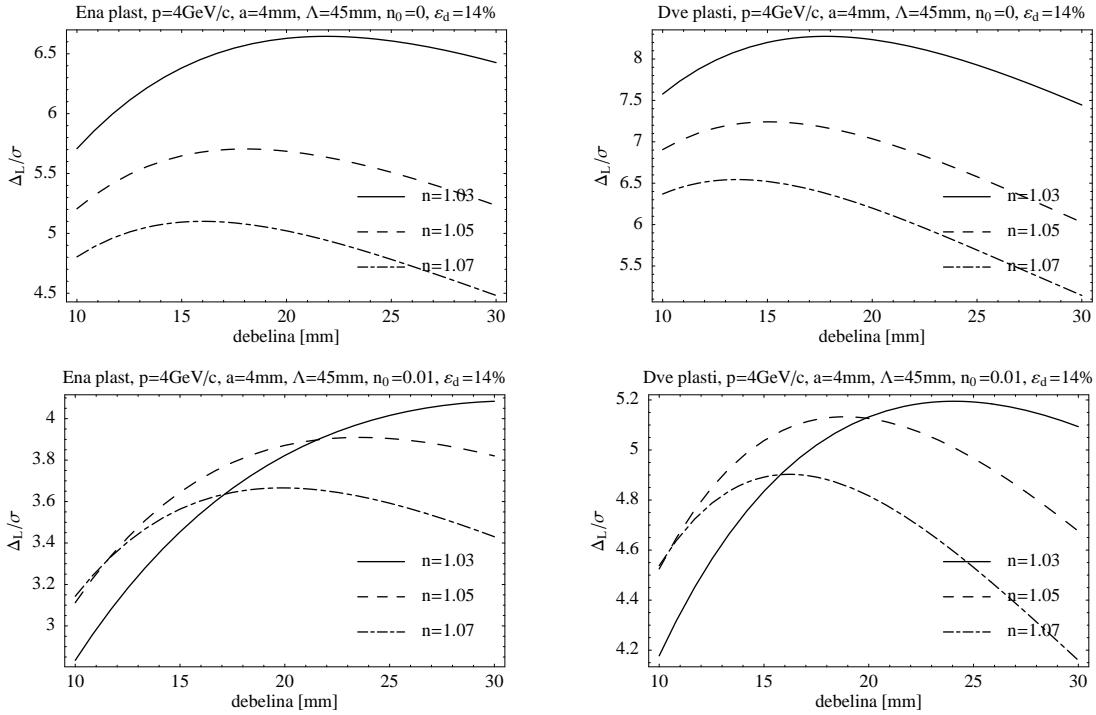
Slika 4.8.: Zgoraj: učinkovitost identifikacije (enačba 4.7) v odvisnosti od debeline sevalca za različne velikosti celice, brez ozadja. Spodaj: učinkovitost identifikacije (enačba 4.13) v odvisnosti od debeline sevalca za različne velikosti celice pri ozadju  $n_0 = 1\%$ .

## Lomni količnik

Ključno je število detektiranih fotonov, torej čim večji izkoristek detektorja fotonov. Razmislek, da z večanjem lomnega količnika aerogela kaj pridobimo, je napačen. Z večjim lomnim količnikom se poveča število izsevanih fotonov, poveča pa se tudi širina obroča in zmanjša razmik med obročema. Vpliv večjega števila izsevanih fotonov se izniči. Če ozadja ni, je učinkovitost identifikacije podana z enačbo 4.7:

$$\frac{\Delta_L}{\sigma_L} \propto \sqrt{N_0} \delta_r \propto (\sin \theta_\pi + \sin \theta_K) (\sin \theta_\pi - \sin \theta_K) = \sin^2 \theta_\pi - \sin^2 \theta_K = \cos^2 \theta_K - \cos^2 \theta_\pi \propto \frac{1}{n^2}$$

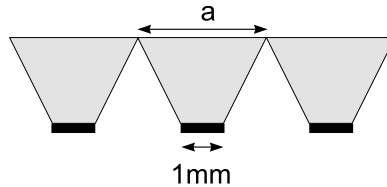
kjer upoštevamo, da velja približno  $\sqrt{N_0} \approx (\sqrt{N_K} + \sqrt{N_\pi}) / 2 \propto \sin \theta_K + \sin \theta_\pi$  ter  $\delta_r \approx \ell (\sin \theta_\pi - \sin \theta_K)$ . S  $\theta_\pi$  in  $\theta_K$  označimo kot Čerenkova za pion in kaon. Če ne bi bilo ozadja, nam večanje lomnega količnika samo škodi pri identifikaciji, izbira lomnega količnika bolj temelji na zmožnosti identifikacije pri majhnih gibalnih količinah delcev (pod  $1 \text{ GeV}/c$ ). Zavedati pa se moramo tudi, da z večanjem lomnega količnika večamo kot izsevanih fotonov, kar nam zmanjša izkoristek zbiranja svetlobe z lečami pred celico. Morda bolj pomembno pa je dejstvo, da imajo aerogeli z večjim lomnim količnikom slabšo prosojnost za svetlobo (slika 2.7). Vseeno zglada, da obstaja optimalni lomni količnik, če je ozadje dovolj veliko. Kot kažejo rezultati analitičnega modela, je optimalni lomni količnik za detekcijo pri  $4 \text{ GeV}/c$  približno  $n \lesssim 1.03$ , če uporabljamo enoplastni sevalec, in približno  $n \approx 1.04$ , če uporabljamo dvoplastni sevalec (slika 4.9).



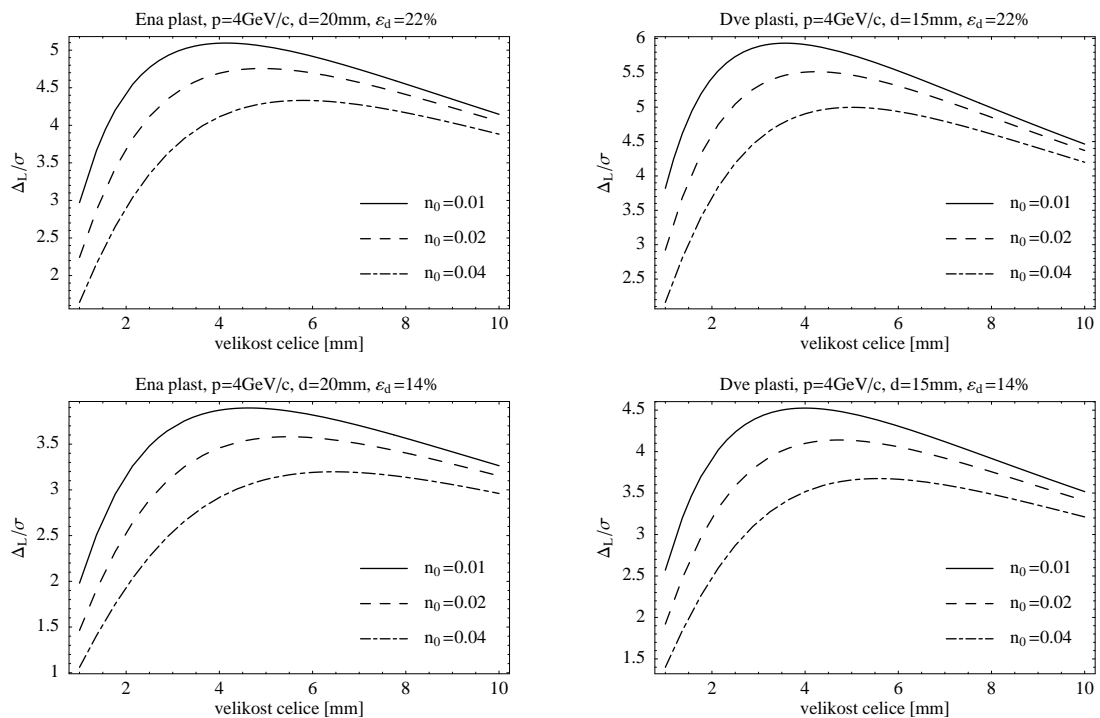
**Slika 4.9.:** Zgoraj: učinkovitost identifikacije (enačba 4.7) v odvisnosti od debeline sevalca za različne lomne količnike in brez ozadja. Spodaj: učinkovitost identifikacije (enačba 4.13) v odvisnosti od debeline sevalca za različne lomne količnike pri ozadju  $n_0 = 1\%$ .

## Velikost celice detektorja fotonov

Velikost celice ima večji vpliv, najpomembnejša je odvisnost od ozadja in števila detektiranih fotonov (izkoristek detektorja). Z večanjem velikosti celice si predstavljamo večanje razmerja med površino svetlobnega zbiralnika in aktivno površino celice. Predpostavimo, da imamo celico detektorja z aktivno površino velikosti  $1 \text{ mm}^2$ , ki jo optično povečamo na željeno površino ( $4 \text{ mm}^2$ ,  $9 \text{ mm}^2$ ,  $16 \text{ mm}^2$ ).



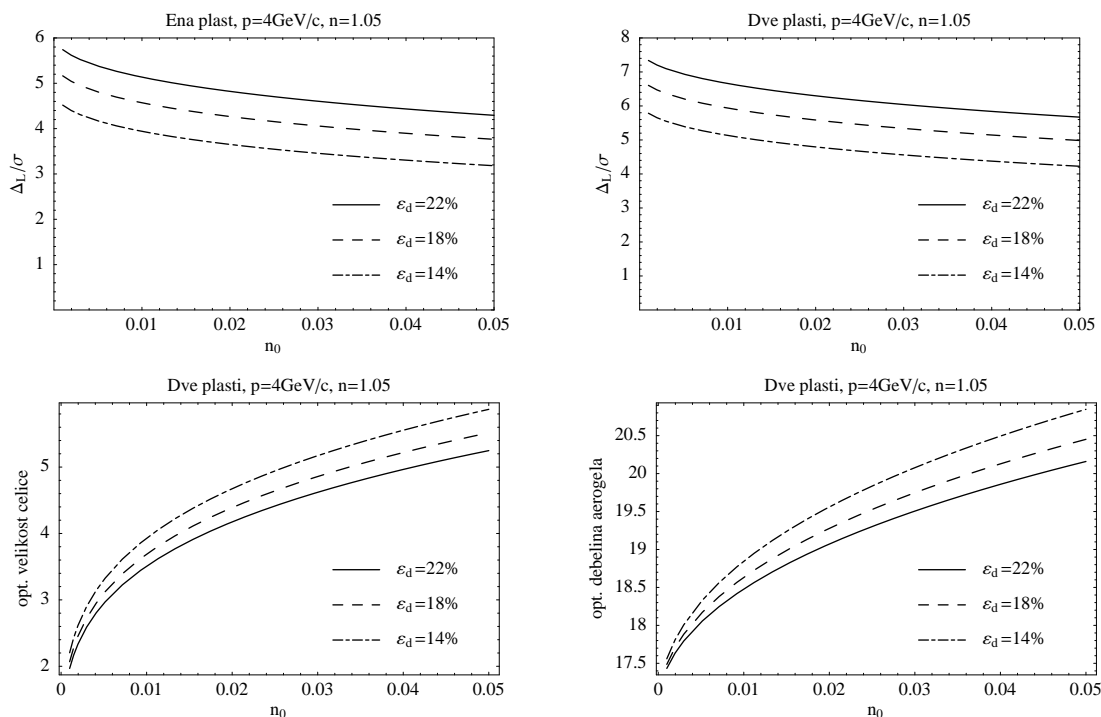
Z večanjem faktorja povečave izgublamo na izkoristku zbiranja fotonov, zato več kot desetkratno optično povečanje površine verjetno ni smiselno (dodatek B). Verjetnost za detekcijo fotona zaradi šuma ( $n_0$ ) ostane nespremenjeno, saj je šum sorazmeren površini aktivnega dela detektorja. Če ozadja ne bi bilo, je zaželjena čim manjša površina posameznega kanala, saj z večanjem površine izgublamo na ločljivosti. Pri večjem šumu pa se izkaže, da je optimalna velikost celice ( $a$ ) med 4 in 6 mm, odvisno od velikosti šuma (slika 4.10).



**Slika 4.10.:** učinkovitost identifikacije (enačba 4.13) v odvisnosti od velikosti celice  $a$  za različne nivoje ozadja  $n_0$  in izkoristkov  $\varepsilon_d$ .

## 4.4. Sklep

Na podlagi rezultatov, pridobljenih iz enostavnega modela, lahko sklepamo, da bo metoda zadostila zahtevam po ločevanju med kaonom in pionam (učinkovitost identifikacije mora biti vsaj  $\Delta_L/\sigma = 4$ ). To najbolj vidimo na sliki 4.11, kjer je prikazana funkcija  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od ozadja. Če bi uspeli zagotoviti 14% izkoristek za detekcijo fotona, kar pri 2 cm debelem sevalcu z lomnim količnikom  $n = 1.05$  prinese okoli 14 fotonov, je pri optimalni izbiri parametrov in uporabi vsaj dveh plasti aerogela omogočeno ločevanje med pionom in kaonom. Razmik  $\Delta_L$  je večji kot  $4\sigma$  tudi pri dokaj velikem ozadju  $n_0 = 5\%$ . Vidimo tudi, da se optimalna debelina aerogela z večanjem ozadja povečuje, prav tako tudi optimalna velikost celice. Izbira lomnega količnika, kot kaže, ni tako pomembna, seveda pa se optimalna debelina aerogela zmanjša, če uporabimo aerogel z večjim lomnim količnikom, oz. poveča, če uporabimo aerogel z manjšim lomnim količnikom.



**Slika 4.11.:** Zgoraj: učinkovitost identifikacije (enačba 4.13) v odvisnosti od ozadja, pri optimalnih parametrih (velikost celice, debelina sevalca). Spodaj: optimalna debelina aerogela in velikost celice v odvisnosti od ozadja, pri različnih izkoristkih detektorja.

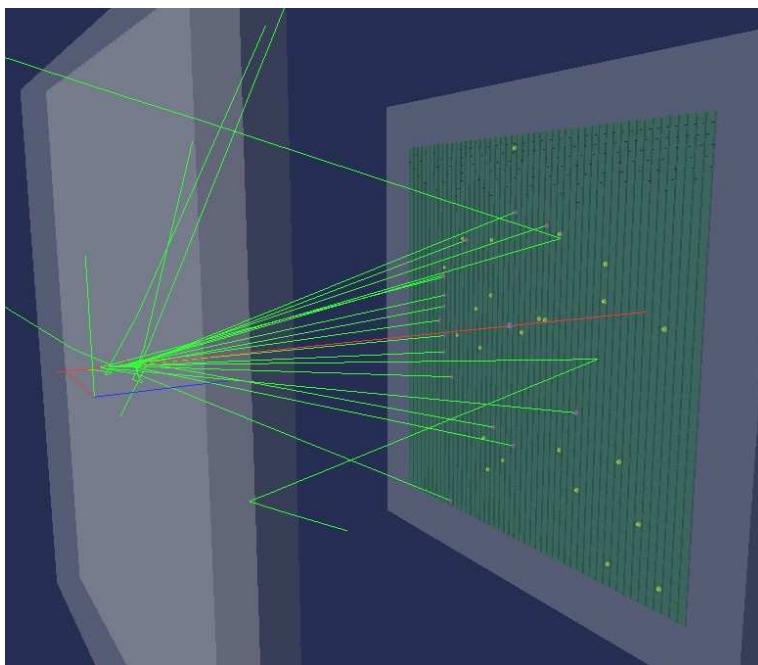


## 5. Simuliranje detektorja

### 5.1. Opis programskega orodja

Za simuliranje dogodkov v detektorju smo uporabljali programsko orodje GEANT4 (GEometry ANd Tracking) [4]. GEANT4 je programsko orodje, s katerim lahko zelo natančno simuliramo pojave pri prehajanju delcev skozi snov. Uporablja se predvsem v fiziki osnovnih delcev za simuliranje interakcij in za proučevanje delovanja detektorjev. Uporaba pa sega tudi izven domen fizike osnovnih delcev, na primer v medicinsko fiziko, za proučevanje reakcij pri zdravljenju (obsevanje), ali pa pri slikanju s pomočjo sevanja (tomografija), in astronomiko, za proučevanje vpliva kozmičnega sevanja na vesoljske instrumente oz. astronave.

S programskim orodjem GEANT4 lahko zelo natančno sestavimo posamezne komponente detektorja, definiramo občutljive dele detektorja (na primer aktivna površina celice fotonskega detektorja) in definiramo materiale ter optične lastnosti. Interakcija s snovjo pa je v orodju že implementirana, izberemo lahko zgolj kako natančno in katere pojave želimo proučevati. Vgrajena je tudi podpora za vizualizacijo, kar pride še kako prav v začetni fazi, pri sestavljanju detektorja, saj lahko z opazovanjem procesov in postavitve komponent v prostoru lažje odkrijemo morebitne napake (slika 5.1).



**Slika 5.1.:** V programskem orodju GEANT4 je podprta tudi vizualizacija. Na sliki je prikazana postavitve detektorja in tipična slika simuliranega dogodka. Z zelenimi črtami so ponazorjene trajektorije fotonov. Rdeča črta predstavlja delec (pion, kaon). Vidna je tudi aktivna površina fotonskega detektorja in sevalec (sestavljen je iz dveh aerogelov). Z rumenimi točkami na fotonskem detektorju so označeni naključno porazdeljeni zadetki zaradi šuma.

V našem primeru je zgradba detektorja, ki smo ga uporabili v simulacijah, zelo preprosta:

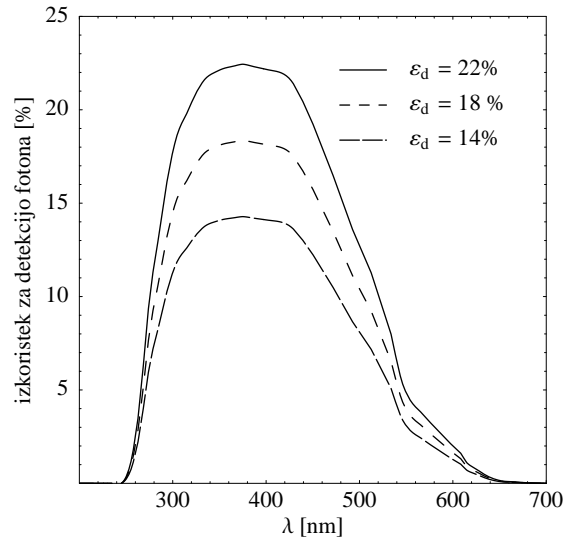
- v koordinatno izhodišče je postavljen aerogel oz. več plasti aerogela, definirani so lomni količniki in sipalni koeficient  $\Lambda_S$  (400 nm) = 45 mm za Rayleighovo sipanje;
- prostor za širjenje fotonov je napolnjen z zrakom;
- pred aktivno površino je 1 mm debelo stekleno okence za simulacijo Čerenkovega sevanja v zbiralniku za svetlobo;

V simulacijah upoštevamo naslednje pojave:

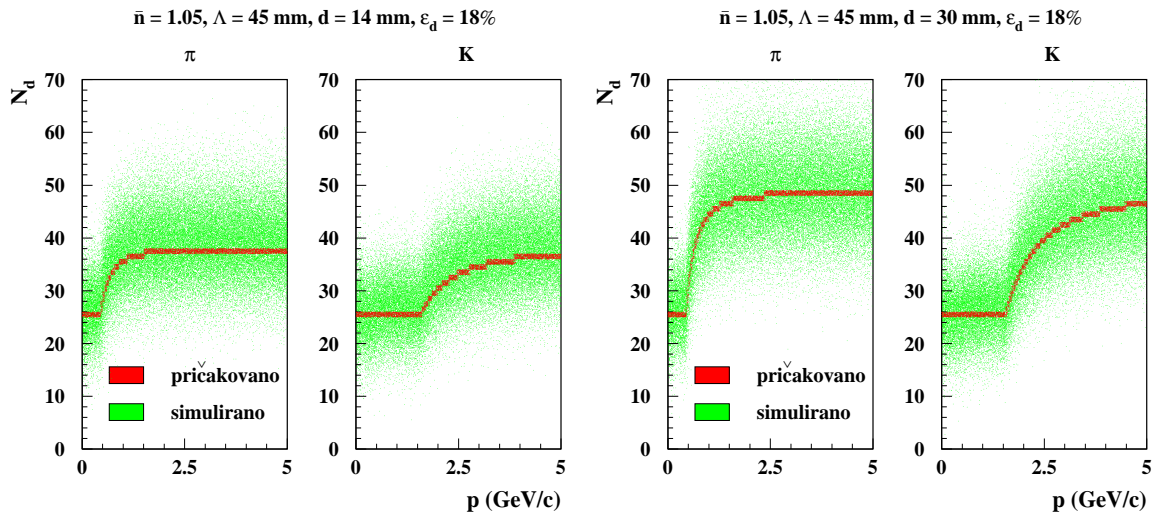
- sevanje Čerenkova v aerogelu in v zbiralniku svetlobe oz. fotonskem detektorju;
- Rayleighovo sipanje fotonov in ostali optični pojavi (lom svetlobe, odbojnost na površinah);
- disperzije lomnega količnika ne upoštevamo, je pa zato simulirana dodatna (Gaussova) razmazanost po kotu izsevanih fotonov, ki vključuje tudi nepojasneni del v razmazanosti kota Čerenkova  $\sigma_\theta^n \approx 8 \text{ mrad}$  (slika 2.12).
- interakcija pionov in kaonov z gradniki v elementih detektorja (aerogel, zrak in steklo);
- izkoristek za detekcijo fotona na aktivni površini v odvisnosti od valovne dolžine kot je prikazan na sliki 5.2. Pri računanju povprečnega števila fotonov v obroču uporabimo zvezo 2.2. Primerjava izmerjenega in pričakovanega števila detektiranih fotonov je prikazana na sliki 5.3;
- termični šum silicijeve fotopomnoževalke simuliramo z enakomerno porazdeljenimi zadetki na površini detektorja.

Potek simuliranja v posameznem dogodku je sledeč:

1. najprej generiramo delec (pion ali kaon) z določeno gibalno količino in smerjo leta;
2. nato se simulira prehod delca skozi aerogel, zrak in skozi fotonski detektor;
3. generiranim fotonom sledimo do detektorja, če priletijo do aktivne površine, se njihova pot zaključi in zabeležimo zadetek;
4. generirajo se dodatni zadetki, posledica detektorskega šuma;
5. na koncu se vsi zadetki obdelajo, izračunajo se ustrezne funkcije zanesljivosti in shranijo rezultati za kasnejšo obdelavo.



**Slika 5.2.:** V simulacijah je upoštevan izkoristek za detekcijo posameznega fotona v odvisnosti od valovne dolžine, kot je prikazan na sliki. Uporabljena je odvisnost za bialkalijsko fotopomnoževalko, saj v času obdelave simulacij funkcijska odvisnost izkoristka detekcije fotona silicijeve fotopomnoževalke od valovne dolžine ni bila na voljo (slika 2.9).



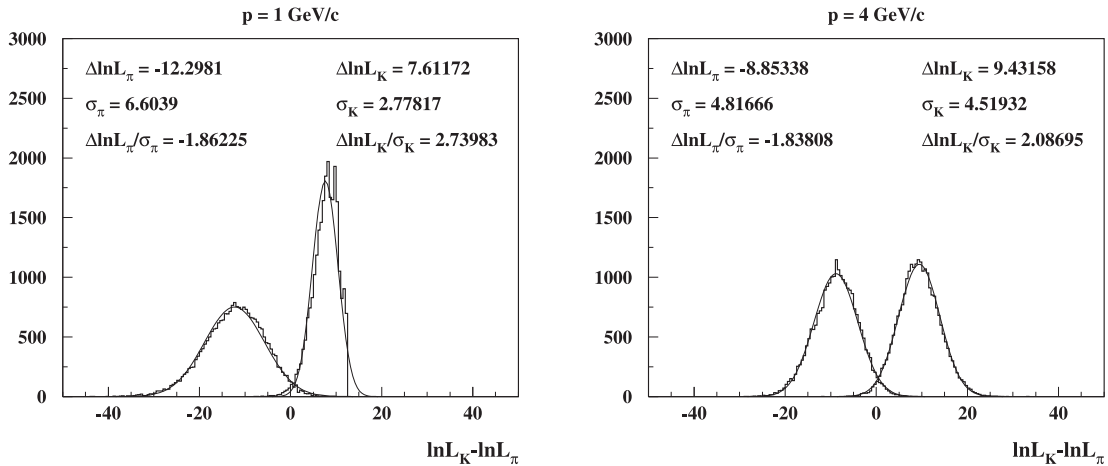
**Slika 5.3.:** V simulacijah upoštevamo zvezo za število detektiranih fotonov podano z enačbo  $N_d = N_b + \varepsilon_d N_0 \Lambda (1 - e^{-d/\Lambda}) \sin^2 \theta_{\check{C}}$ , kjer je  $\Lambda$  povprečna dolžina za sipanje  $\Lambda = \Lambda_S$  (400 nm),  $N_0$  je konstanta, določena na podlagi simulacij in znaša  $N_0 = 65 \text{ mm}^{-1}$ .  $N_b$  je število zadetkov zaradi ozadja, ki je v primeru s slike  $N_b = 25$ .

## 5.2. Obdelava podatkov

Za določitev izkoristka za identifikacijo je potrebno simulirati čim večje število dogodkov. Posebej smo simulirali dogodke pri konstantni gibalni količini, predvsem pri  $4 \text{ GeV}/c$  in  $1 \text{ GeV}/c$  ter pri gibalnih količinah v območju  $0 - 5 \text{ GeV}/c$  za določitev izkoristka v odvisnosti od gibalne količine. V vsaki od simulacij je bilo število dogodkov 50000, če smo opazovali izkoristek pri fiksni gibalni količini, in 200000, če smo opazovali delovanje detektorja v odvisnosti od gibalne količine. Pri določanju izkoristka moramo izračunati rez za identifikacijo (poglavje 3.2.3), ki je odvisen od gibalne količine. Rezultate simulacij po gibalnih količinah  $0 - 5 \text{ GeV}/c$  zato razdelimo v 30 kanalov in za vsakega posebej izračunamo rez za identifikacijo. V vsakem kanalu imamo približno  $\approx 6700$  zadetkov, kar je dovolj za določitev reza.

Pri konstantni gibalni količini smo uporabili veliko večje število meritev, saj je to nujno za razločevanje učinkovitosti identifikacije pri vrednostih  $\Delta_L/\sigma > 5$ . Kot je razvidno iz slike 3.8, je pri  $\Delta_L/\sigma = 5$  in privzeti 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona izkoristek za identifikacijo kaona  $\varepsilon_K \approx 0.995$ . V simulacijah narejenih pri fiksni gibalni količini imamo znotraj reza še zmeraj 250 zadetkov. Vseeno je pri iskanju optimalnih parametrov, kjer je učinkovitost  $\Delta_L/\sigma > 5$ , bolje opazovati učinkovitost za identifikacijo  $\Delta_L/\sigma$ , namesto izkoristka za identifikacijo  $\varepsilon_K$ , saj so meritve učinkovitosti pridobljene iz simulacij manj občutljive na statistične pojave. Seveda se postavi vprašanje o smiselnosti iskanja optimalnih parametrov, če metoda takoalitato presega zahteve po učinkovitosti.

Ločljivost  $\Delta_L/\sigma$ , prikazana v rezultatih simulacij v poglavju 5.3 in dodatku A, je pridobljena iz parametrov Gaussove funkcije, ki jo prilagodimo simuliranim rezultatom porazdelitve funkcije zanesljivosti (slika 5.4). Ker porazdelitveni funkciji  $\Delta \ln L$  za kaon in pion pri  $1 \text{ GeV}/c$  nista enaki, pojem „ločljivost“ izgubi na pomenu, lahko govorimo samo o izkoristku za identifikacijo. Rezultate pri  $4 \text{ GeV}/c$  pa lahko opišemo z učinkovitostjo za identifikacijo  $\Delta_L/\sigma = -\Delta \ln L_\pi/\sigma_\pi + \Delta \ln L_K/\sigma_K$  (slika 5.4).

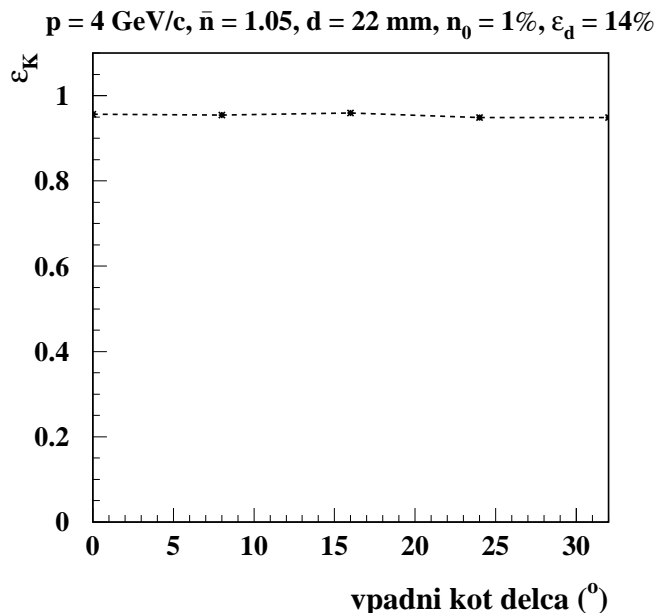


**Slika 5.4.:** Levo: pri gibalni količini  $p = 1 \text{ GeV}/c$  je porazdelitev  $\Delta \ln L$  za kaon drugačna od pionske porazdelitve, učinkovitost  $\Delta_L/\sigma$  ni dober pojem za opis delovanja metode. Desno: pri  $p = 4 \text{ GeV}/c$  je porazdelitev  $\Delta \ln L$  v obeh primerih Gaussova, zato je smiselno vzeti povprečje pri računanju ločljivosti  $\Delta_L/\sigma = -\Delta \ln L_\pi/\sigma_\pi + \Delta \ln L_K/\sigma_K$ .

### 5.3. Rezultati simulacij

V eksperimentu BELLE je pomembno predvsem ločevanje pionov od kaonov v območju gibalnih količin do  $4\text{ GeV}/c$ . S pomočjo simulacij pri gibalni količini  $4\text{ GeV}/c$  smo želeli poiskati optimalne parametre detektorja. Predvsem nas je zanimalo, kolikšno mora biti minimalno število fotonov oz. izkoristek za detekcijo posameznega fotona, da bo metoda pri optimalni izbiri parametrov še vedno dovolj dobro delovala (učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma = \overline{\Delta \ln L_K}/\sigma_K - \overline{\Delta \ln L_\pi}/\sigma_\pi$  mora biti najmanj  $\Delta_L/\sigma \approx 4$ , še boljše pa je mejo postaviti višje  $\Delta_L/\sigma \approx 5$ ). Raziskali smo vpliv izkoristka za detekcijo fotona, ozadja fotonskega detektorja, velikosti celice detektorja in debeline ter lomnega količnika sevalca. Siplne dolžino sevalca nismo spreminjali, privzeta vrednost je  $\Lambda = 45\text{ mm}$ . Ko smo identifikacijsko metodo preučevali, funkcijske odvisnosti izkoristka za detekcijo fotona v odvisnosti od valovne dolžine še ni bilo na voljo. Uporabili smo izkoristek bialkalijske fotopomnoževalke (slika 5.2), ki pa je dovolj podoben dejanskemu izkoristki silicijeve fotopomnoževalke (slika 2.9).

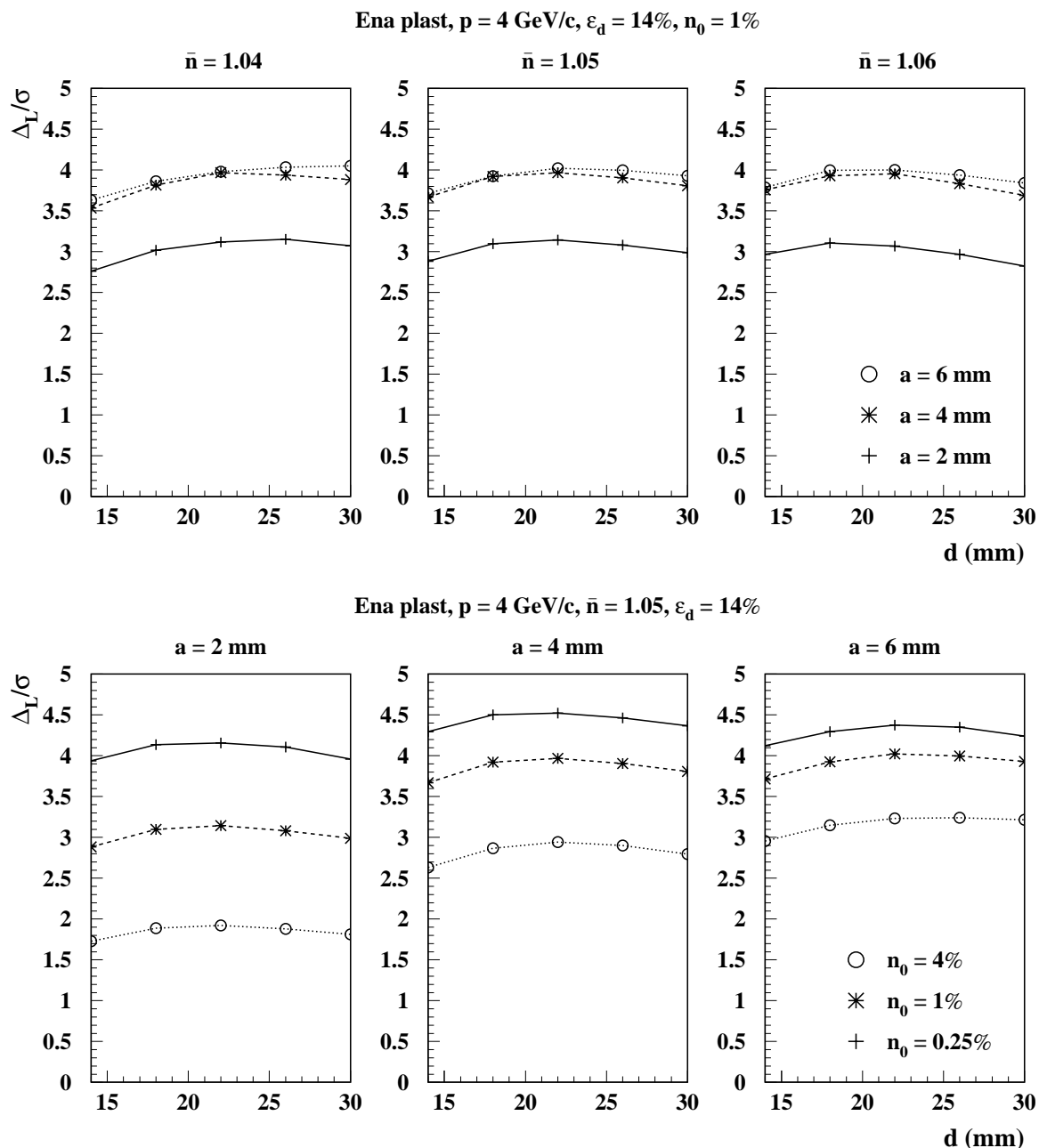
V vseh rezultatih simulacij smo predpostavili pravokotni vpad delcev. Kot je razvidno iz slike 5.5, je izkoristek za identifikacijo kaona skoraj neodvisen od vpadnega kota, zato nam ni potrebno raziskovati odvisnosti od vpadnega kota. Zaradi lažje primerjave z rezultati analitičnega modela so vsi rezultati simulacij pri gibalni količini  $4\text{ GeV}/c$  prikazani z učinkovitostjo za identifikacijo  $\Delta_L/\sigma$ . V dodatku A so prikazani tudi z izkoristki za identifikacijo kaona pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. V dodatku A je prikazanih tudi nekaj rezultatov pri nižji gibalni količini  $1\text{ GeV}/c$ .



**Slika 5.5.:** Izkoristek za identifikacijo pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona kot funkcija vpadnega kota delca. Predpostavljeno je ozadje  $n_0 = 1\%$ , izkoristek za detekcijo posameznega fotona 14% ter velikost celice  $a = 4\text{ mm}$ .

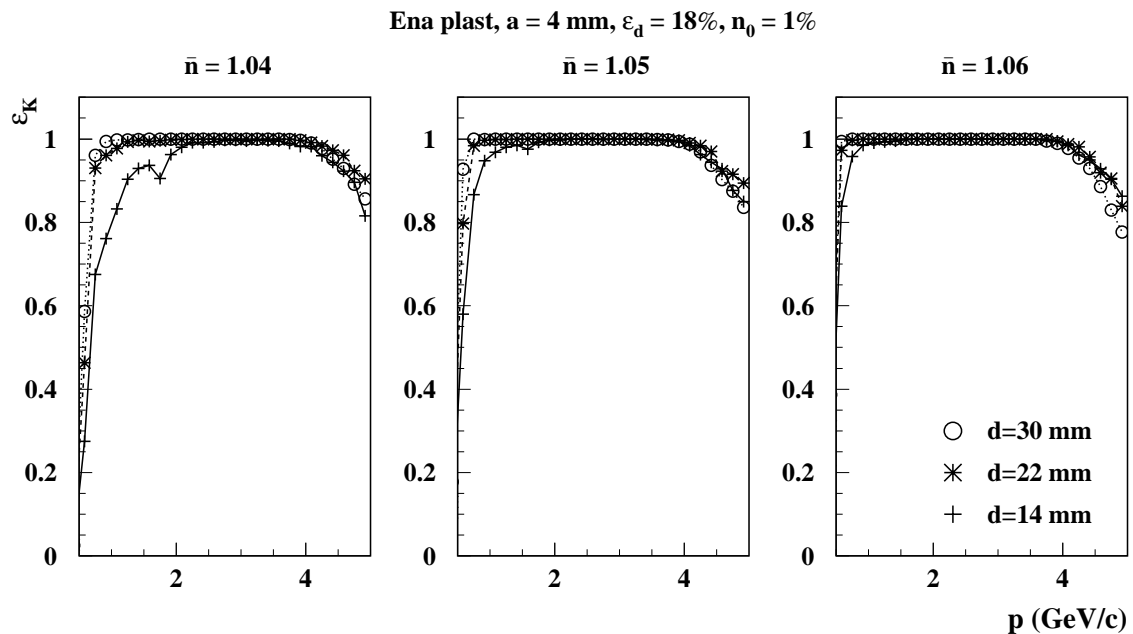
### Optimizacija debeline sevalca

Najprej si pogledjmo najenostavnejši primer: enoplastni sevalec in iskanje optimalne debeline sevalca. Rezultati analitičnega modela kažejo, da je optimalna debelina zelo šibko odvisna od ozadja in velikosti celice in je pri enoplastnem sevalcu z lomnim količnikom 1.05 in velikosti celice  $a = 4$  mm okoli 25 mm. Iz slike 5.6 lahko razberemo, da je izkoristek za identifikacijo pri  $d \approx 22$  mm največji. Izbira debeline sevalca je odvisna predvsem od lomnega količnika in velikosti celice, vendar je odvisnost šibka.



**Slika 5.6.:** Učinkovitost identifikacije kot funkcija debeline sevalca za različne vrednosti ozadja  $n_0$  in velikosti celic. Predpostavljen je lomni količnik  $n = 1.05$  ter 14% izkoristek za detekcijo posameznega fotona. Vidimo, da velikost ozadja nima vpliva na izbiro optimalne debeline.

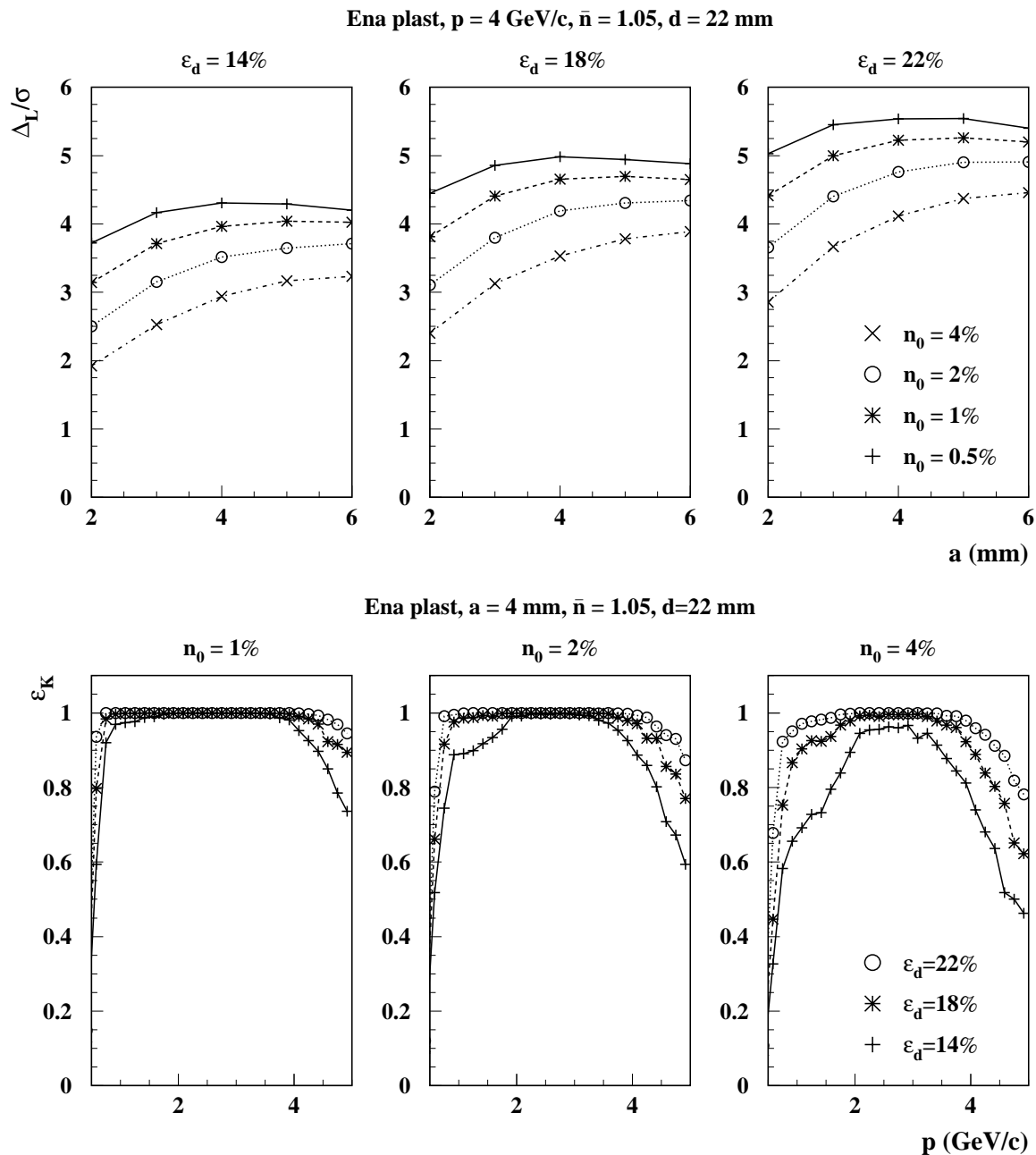
Izbira debeline sevalca se bolj pozna pri majhnih gibalnih količinah, ko je število fotonov manjše, ločevanje med kotoma za pion in kaon pa veliko. Pri gibalnih količinah  $p < 1 \text{ GeV}/c$  se izsevani fotoni preveč pomešajo z ozadjem, tako da je identifikacija otežena. Izbira večjega lomnega količnika in večje debeline sevalca se tu bolje obnese (slika 5.7). Seveda pa ne smemo pozabiti, da želimo z detektorjem Čerenkovih obročev razločevati tudi med pioni in mioni pod  $1 \text{ GeV}/c$ . Tu pa nam večanje debeline (tako kot pri višjih gibalnih količinah za kaon in pion) spet poslabša ločevanje med delcema. Poleg tega z večanjem lomnega količnika tudi sipalna dolžina za aerogel pada (slika 2.7)



**Slika 5.7.:** Izkoristek za identifikacijo kot funkcija gibalne količine za različne debeline in lomne količnike sevalca pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Predpostavljeno je ozadje  $n_0 = 1\%$ , izkoristek za detekcijo posameznega fotona 18% ter velikost celice  $a = 4 \text{ mm}$ . Pri majhnih gibalnih količinah je izkoristek večji, če je debelina sevalca večja in lomni količnik visok.

### Najmanjši za ločevanje sprejemljiv izkoristek $\varepsilon_d$

Na sliki 5.8 vidimo, da predstavlja  $\varepsilon_d = 14\%$  izkoristek za detekcijo posameznega fotona in  $n_0 = 1\%$  zadetkov zaradi ozadja v kanalih velikosti  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  spodnjo mejo zahtevanega ločevanja ( $4\sigma$ ) med delci. Pri izkoristku za detekcijo posameznega fotona  $\varepsilon_d = 22\%$  je ločevanje  $4\sigma$  omogočeno tudi pri ozadju  $n_0 = 4\%$  (slika 5.8).

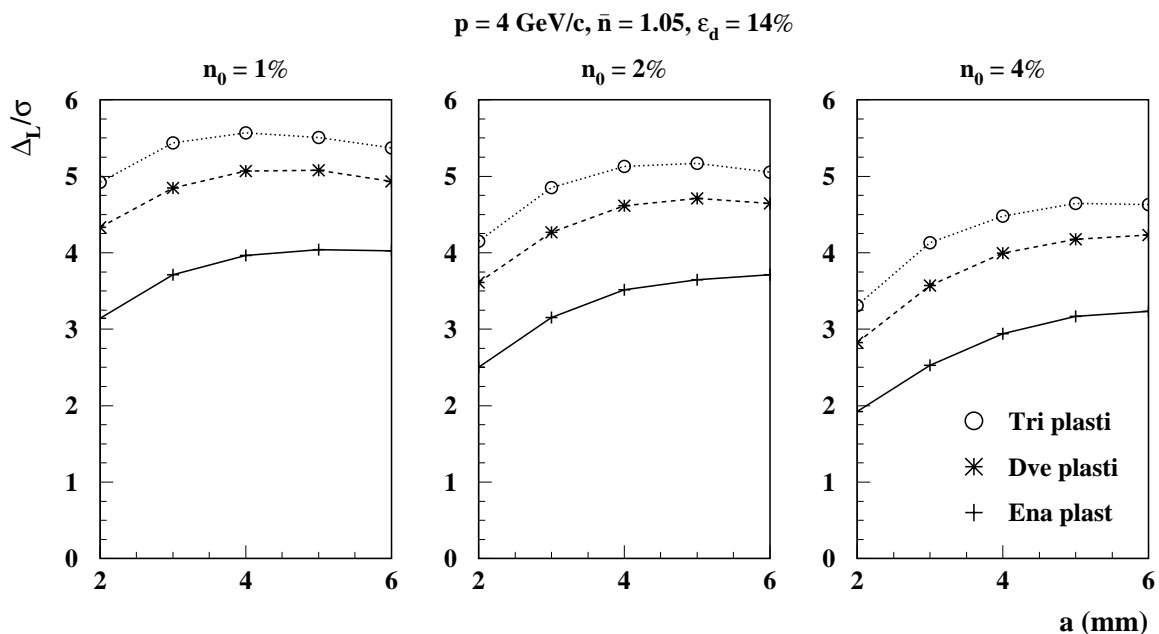


**Slika 5.8.:** Zgoraj: učinkovitost identifikacije kot funkcija velikosti celice pri različnih velikosti ozadja  $n_0$  in pri različnih izkoristkih  $\varepsilon_d$ . Vidimo, da je za ločevanje  $4\sigma$  pri velikosti ozadja  $n_0 = 4\%$ , potreben izkoristek vsaj  $\varepsilon_d = 22\%$ . Spodaj: izkoristek za identifikacijo kaona pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona kot funkcija gibalne količine.



### Uporaba večplastnih aerogelov

Kot je razvidno iz slik 5.10 in 5.9 pa je možno doseči še boljše izkoristke za identifikacijo z uporabo večjih plasti aerogela. Najbolj je opazno izboljšanje pri prehodu iz enoplastnega na dvoplastni sevalec. Uporaba več kot treh plasti verjetno ni smiselna, predvsem zaradi tehnoloških težav pri izdelavi. V detektorju obročev Čerenkova zato načrtujemo uporabo dveh oz. največ treh plasti. Celotna debelina večplastnega sevalca v primerjavi z enoplastnim sevalcem je pri optimalni izbiri debeline posamezne plasti večja, zato je s takim sevalcem precej izboljšana sposobnost identifikacije pri majhnih gibalnih količinah (slika 5.10). Optimalna debelina posamezne plasti je v primeru večplastnih sevalcev manjša:  $d \approx 17$  mm v primeru dveh in  $d \approx 13$  mm v primeru treh plasti (dodatek A). Na sliki 5.9 vidimo, da je z uporabo dveh plasti povečanje učinkovitosti precej izrazito, iz  $\Delta_L/\sigma = 4$  na  $\Delta_L/\sigma = 5$ , pri pričakovanem ozadju  $n_0 = 1\%$  in izkoristku za detekcijo fotona  $\varepsilon_d = 14\%$  in velikosti celice 4 mm. Približno tolikšno izboljšanje pričakujemo tudi pri povečanju izkoristka za detekcijo fotona iz 14% na 22% (slika 5.8).

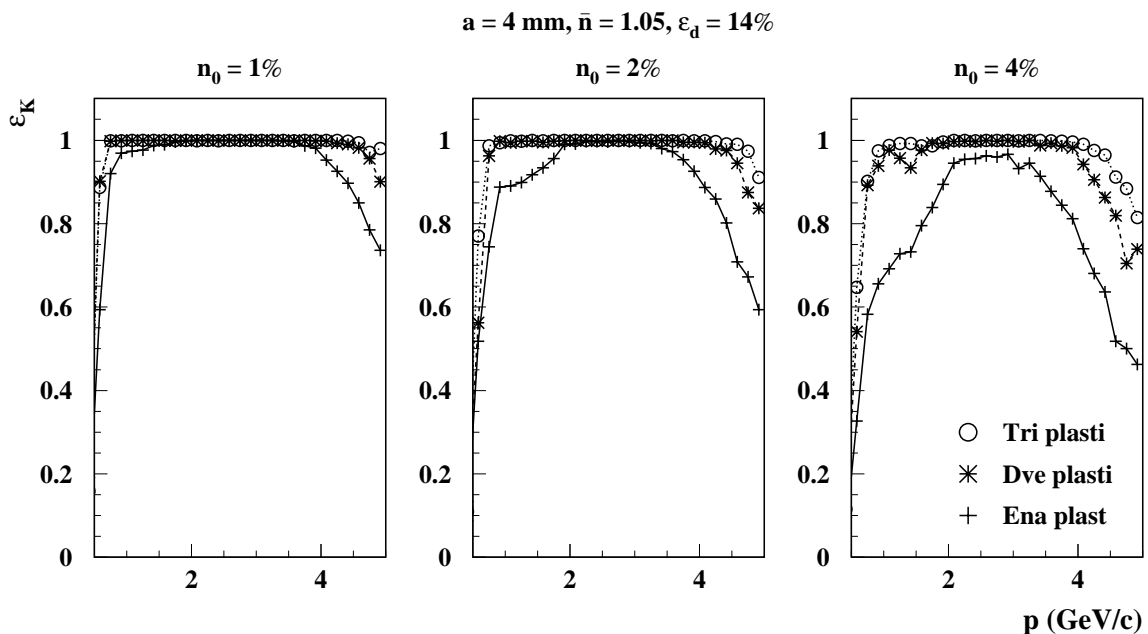


**Slika 5.9.:** Učinkovitost identifikacije pri gibalni količini  $p = 4 \text{ GeV}/c$  kot funkcija velikosti celice v primeru ene dveh ali treh plasti aerogela s povprečnim lomnim količnikom aerogela  $\bar{n} = 1.05$ . Z uporabo dveh ali treh plasti (debelina plasti  $d = 18$  mm za dvoplastni oz.  $d = 13$  mm za troplastni) je v primerjavi z enoplastnim sevalcem debeline  $d = 22$  mm opazna občutna izboljšava v izkoristku za identifikacijo kaona. Vidimo, da je z uporabo dveh plasti omogočeno ločevanje  $4\sigma$  tudi v primeru, ko je izkoristek za detekcijo fotona  $\varepsilon_d$  relativno majhen ( $\varepsilon_d = 14\%$ ).

## 5.4. Sklep

Z rezultati simulacij smo torej v veliki meri potrdili napovedi enostavnega analitičnega modela. Rezultate lahko povzamemo v naslednjih točkah:

1. optimalna debelina sevalca z naraščajočim lomnim količnikom pada, vendar je odvisnost šibka. Določili smo optimalne debeline plasti sevalca, ki znašajo približno  $d \approx 22$  mm za enoplastni,  $d \approx 17$  mm za dvoplastni in  $d \approx 13$  mm v primeru troplastnega sevalca s povprečnim lomnim količnikom  $n = 1.05$ ;
2. z uporabo večplastnih sevalcev se izboljša učinkovitost identifikacije v celotnem kinematičnem območju, saj je pri isti širini obroča skupna debelina sevalca lahko večja. To nam omogoča večje število detektiranih fotonov, kar izboljša identifikacijo;
3. učinkovitost  $\Delta_L/\sigma = 4$  lahko dosežemo že z relativno majhnim izkoristkom za detekcijo fotona  $\varepsilon_d = 14\%$  ter pri relativno velikem ozadju  $n_0 = 4\%$ .



**Slika 5.10.:** Izkoristek za identifikacijo kaona pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona kot funkcija gibalne količine za sevalec sestavljenem iz ene, dveh, ali treh plasti. Pri povprečnem lomnem količniku plasti  $\bar{n} = 1.05$  ter 14% izkoristku za detekcijo posameznega fotona, celice velikosti  $a = 4$  mm za različne velikosti ozadja  $n_0$ . Z uporabo dveh ali treh plasti (debelina plasti  $d = 18$  mm za dvoplastni oz.  $d = 13$  mm za troplastni) je v primerjavi z enoplastnim sevalcem debeline  $d = 22$  mm opazna občutna izboljšava v izkoristku za identifikacijo kaona.

# Zaključek

Namen diplomskega dela je bil preučiti identifikacijsko metodo za ločevanje hadronov v spektrometru BELLE. Metoda temelji na uporabi detektorja obročev Čerenkova z aerogelom kot sevalcem in silicijevo fotopomnoževalko kot detektorjem fotonov Čerenkova.

Identifikacijsko metodo sem v diplomskem delu preučeval tako analitično, kot tudi na simuliranih dogodkih. Raziskal sem odvisnost zanesljivosti identifikacije od parametrov detektorja (izbira lomnega količnika in debeline sevalca, velikosti celice detektorja fotonov pri izbranem šumu). Izkaže se, da z uporabo več plasti aerogela s primerno izbranimi lomnimi količniki, tako da se fotoni fokusirajo v obroč z manjšo debelino, lahko precej zmanjšamo napako merjenja Čerenkovega kota in s tem povečamo izkoristek identifikacije. Simulacije so pokazale, da je najbolj primeren razpon lomnih količnikov med  $n = 1.04 - 1.06$ , optimalna debelina pa je le šibko odvisna od lomnega količnika in ostalih parametrov detektorja.

Z uporabo optičnega zbiralnika pred vsako od celic detektorja fotonov zmanjšamo aktivno površino detektorja, s tem pa se zmanjša šum zaradi termično vzbujenih elektronov. Kot kažejo rezultati analitičnega modela in simulacij, bi z uporabo dvoplastnega sevalca lahko dosegli ločevanje več kot  $5\sigma$  pri 22% izkoristku za detekcijo fotona in 4% ozadju. Pri 14% izkoristku za detekcijo fotona pa je ločevanje še zmeraj zadovoljivo ( $4\sigma$ ).

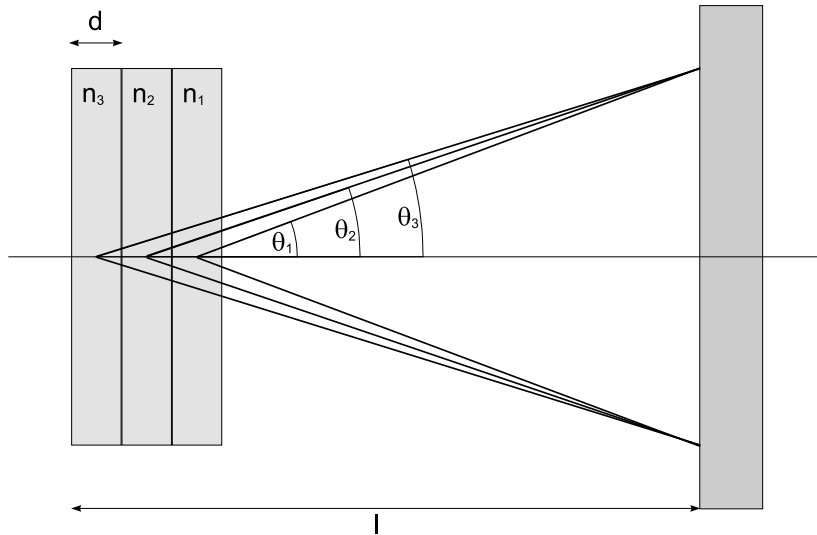
Identifikacija hadronov v spektrometru BELLE bi z uporabo fotonskega detektorja na osnovi silicijevih fotopomnoževalk zadostovala zahtevam. Pri izdelavi fotonskega detektorja moramo torej v končni fazi zagotoviti okoli 20% izkoristek za detekcijo fotona z valovno dolžino  $\lambda = 400\text{ nm}$ . Glede na to, da so izkoristki za detekcijo fotona v posamezni celici tudi do 65%, imamo kar nekaj manevrskega prostora. To nam omogoča znižanje stroškov izdelave takega detektorja, če predpostavimo, da so stroški sorazmerni velikosti aktivne površine. Pri celotni površini  $3.5\text{ m}^2$ , ki jo moramo pokriti, cene vsekakor ne moremo prezreti. Iz tega vidika je pomembno, da s simulacijami dovolj natančno napovemo, kolikšno izgubo fotonov si še lahko privoščimo.



## A. Rezultati simulacij

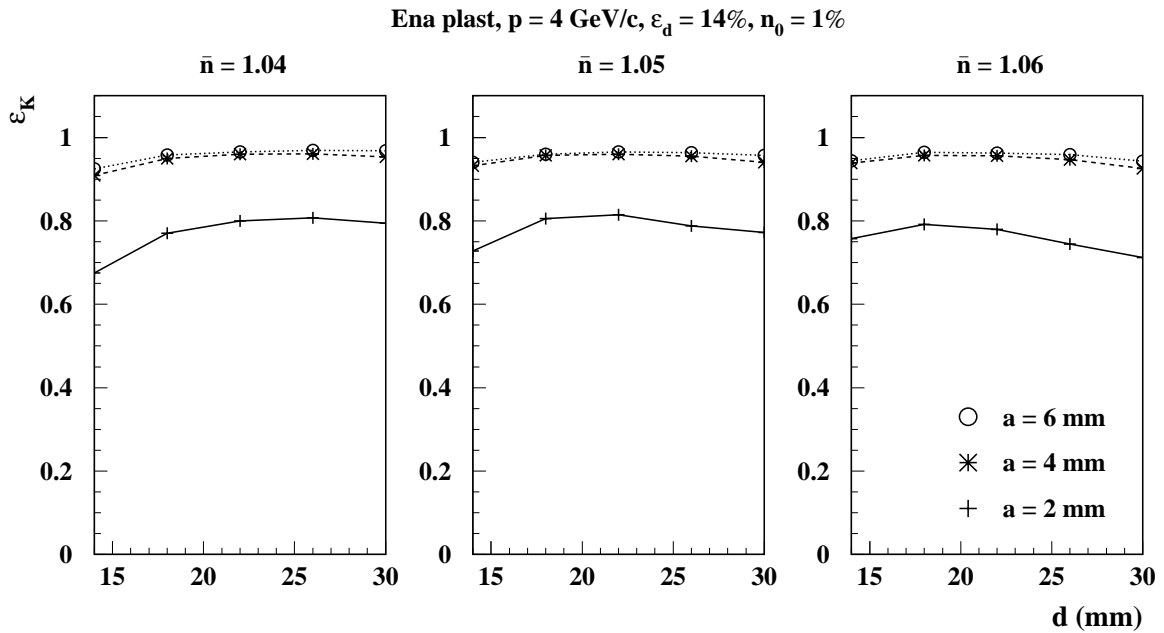
V dodatku so prikazani rezultati simulacij, pri različnih parametrih detektorja. Večina rezultatov je analiza delovanja detektorja pri  $4 \text{ GeV}/c$ , nekaj pa za primerjavo tudi pri  $1 \text{ GeV}/c$ . V vseh primerih je podan izkoristek za identifikacijo kaona pri predpostavljeni 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona ter ločljivost  $\Delta_L/\sigma$ , ki je pridobljena iz prilegajoče Gaussove funkcije k meritvam. Obravnavali smo enoplastne, dvoplastne in troplastne sevalce. Pri večplastnih sevalcih moramo zagotoviti fokusiranje fotonov na detektorju. V primeru troplastnega sevalca temu pogoju približno zadostimo kadar velja:

$$\left(l - \frac{3}{2}d\right) \tan \theta_2 = \left(l - \frac{5}{2}d\right) \tan \theta_1 = \left(l - \frac{1}{2}d\right) \tan \theta_3$$



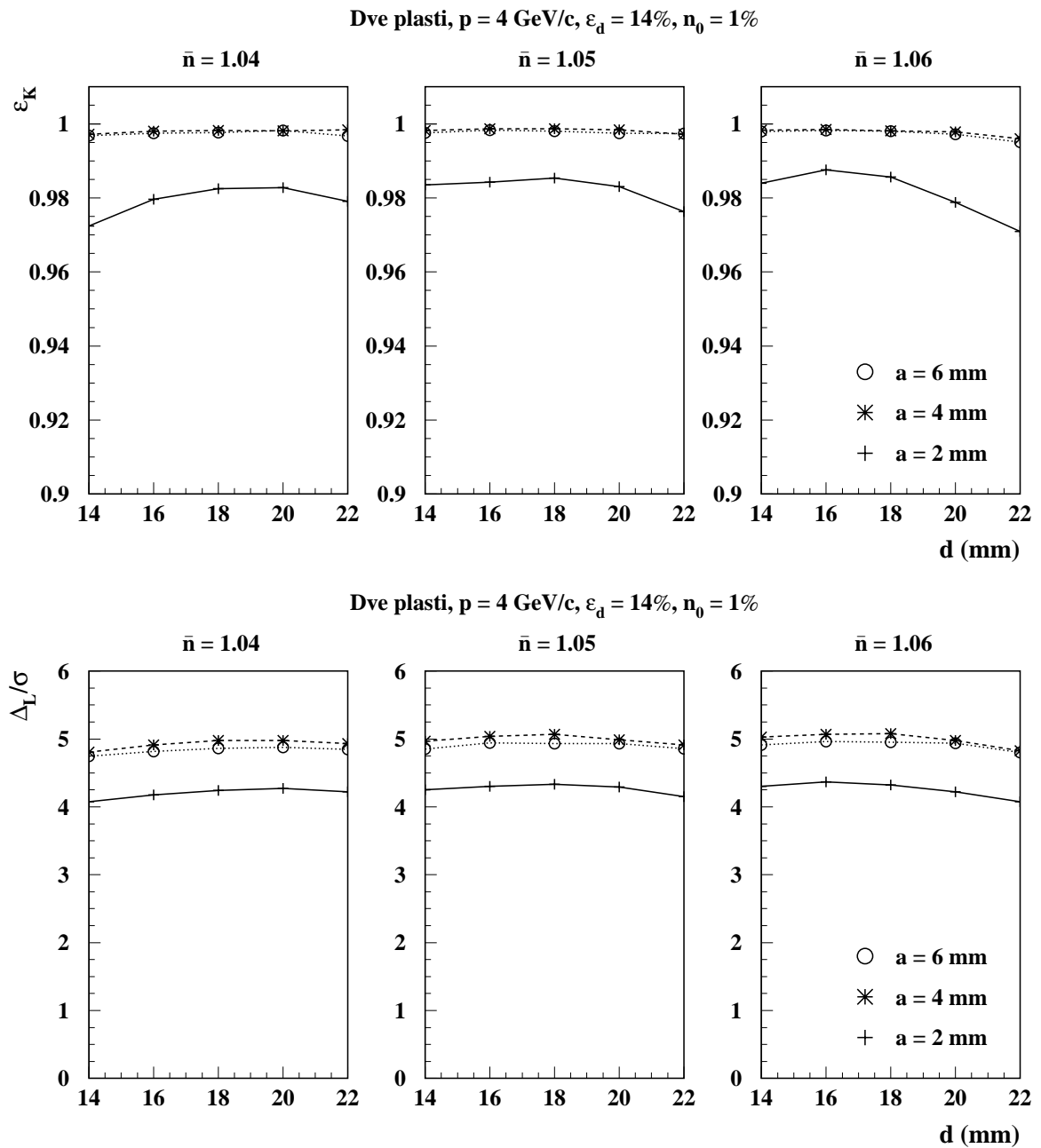
**Slika A.1.:** Pri večplastnih sevalcih želimo doseči fokusiranje fotonov na detektorju pri gibalni količini  $p = 4 \text{ GeV}/c$ . V prvem približku zanemarimo lom svetlobe znotraj posameznih plasti.

Izkoristek v odvisnosti od debeline; vpliv velikosti celice in lomnega količnika; ena plast; 4 GeV/c;



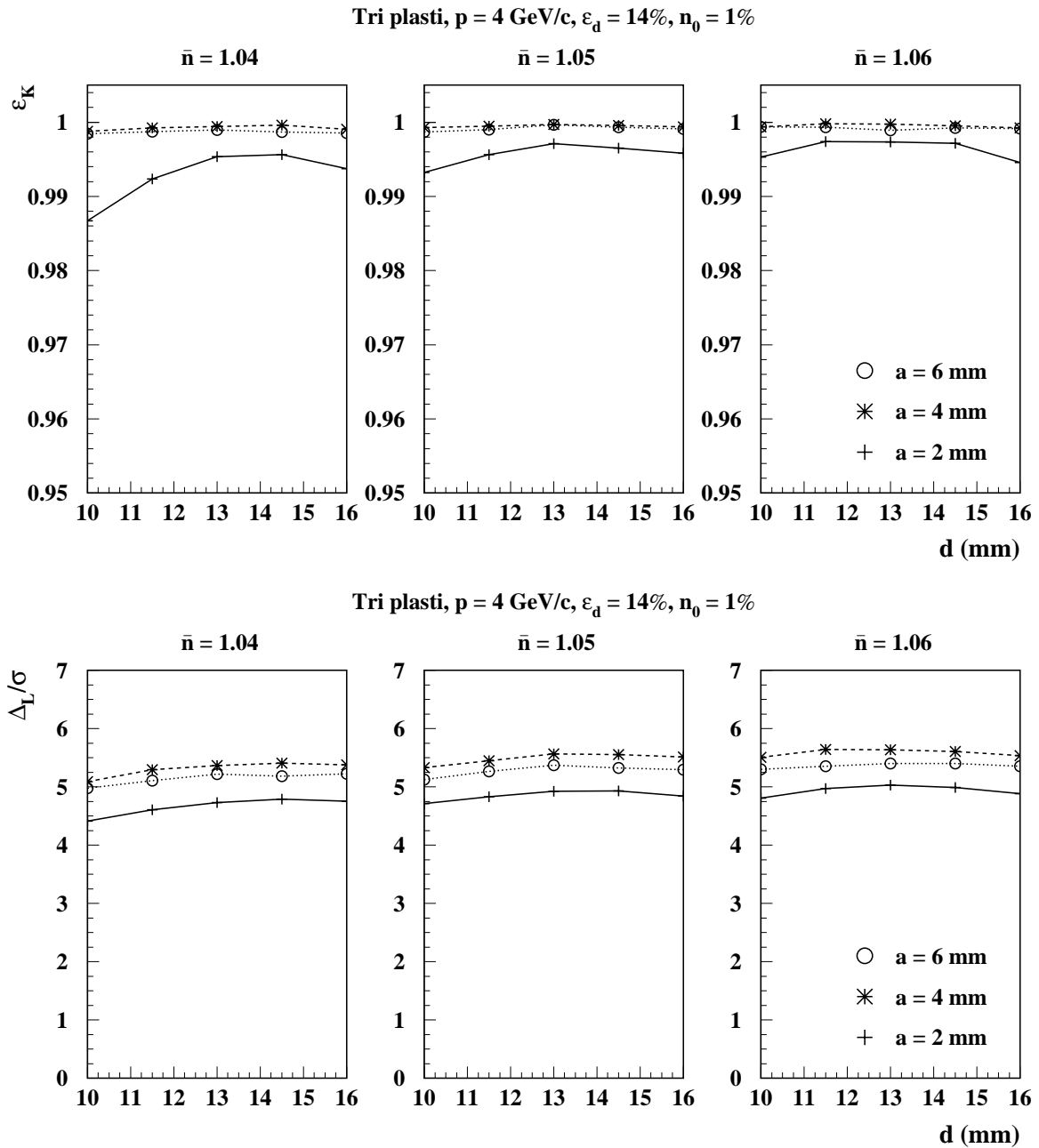
Slika A.2.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od debeline aerogela ( $d$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonskega detektorja.

Izkoristek v odvisnosti od debeline; vpliv velikosti celice in lomnega količnika; dve plasti; 4 GeV/c;



Slika A.3.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od debeline aerogela ( $d$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonkega detektorja.

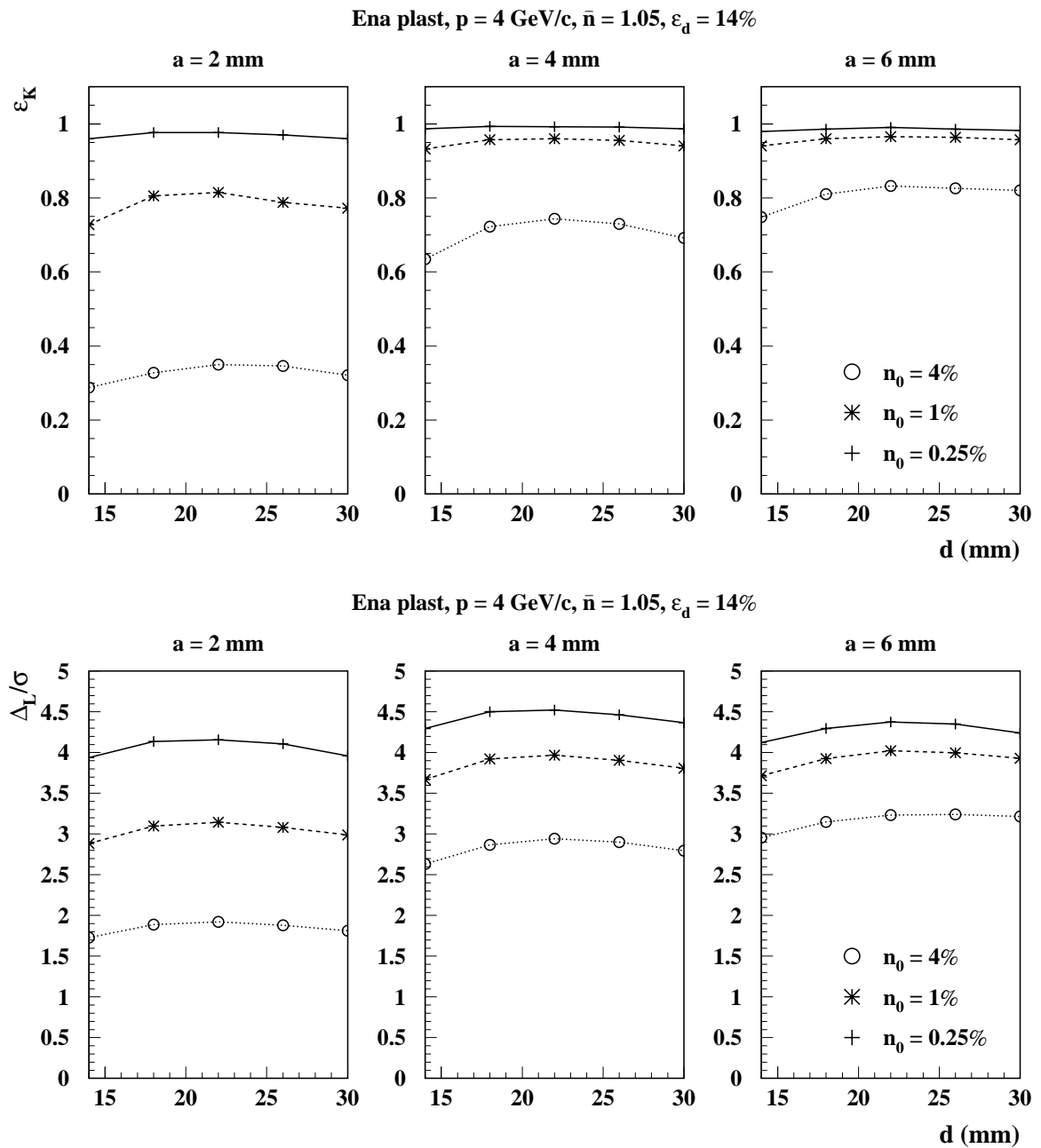
Izkoristek v odvisnosti od debeline; vpliv velikosti celice in lomnega količnika; tri plasti; 4 GeV/c;



**Slika A.4.:** Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od debeline aerogela ( $d$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonskega detektorja.

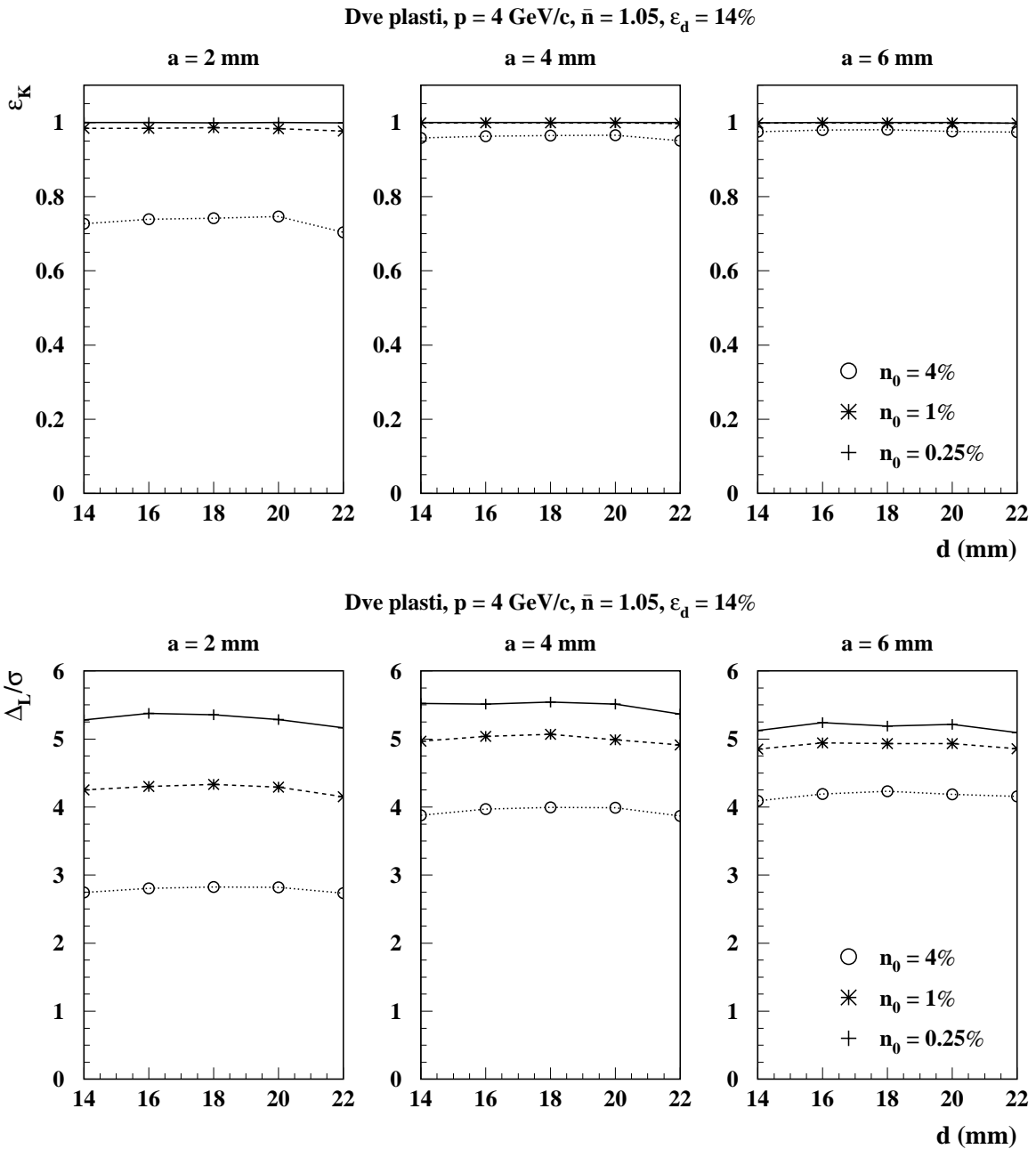


Izkoristek v odvisnosti od debeline; vpliv ozadja in velikosti celice; ena plast; 4 GeV/c;



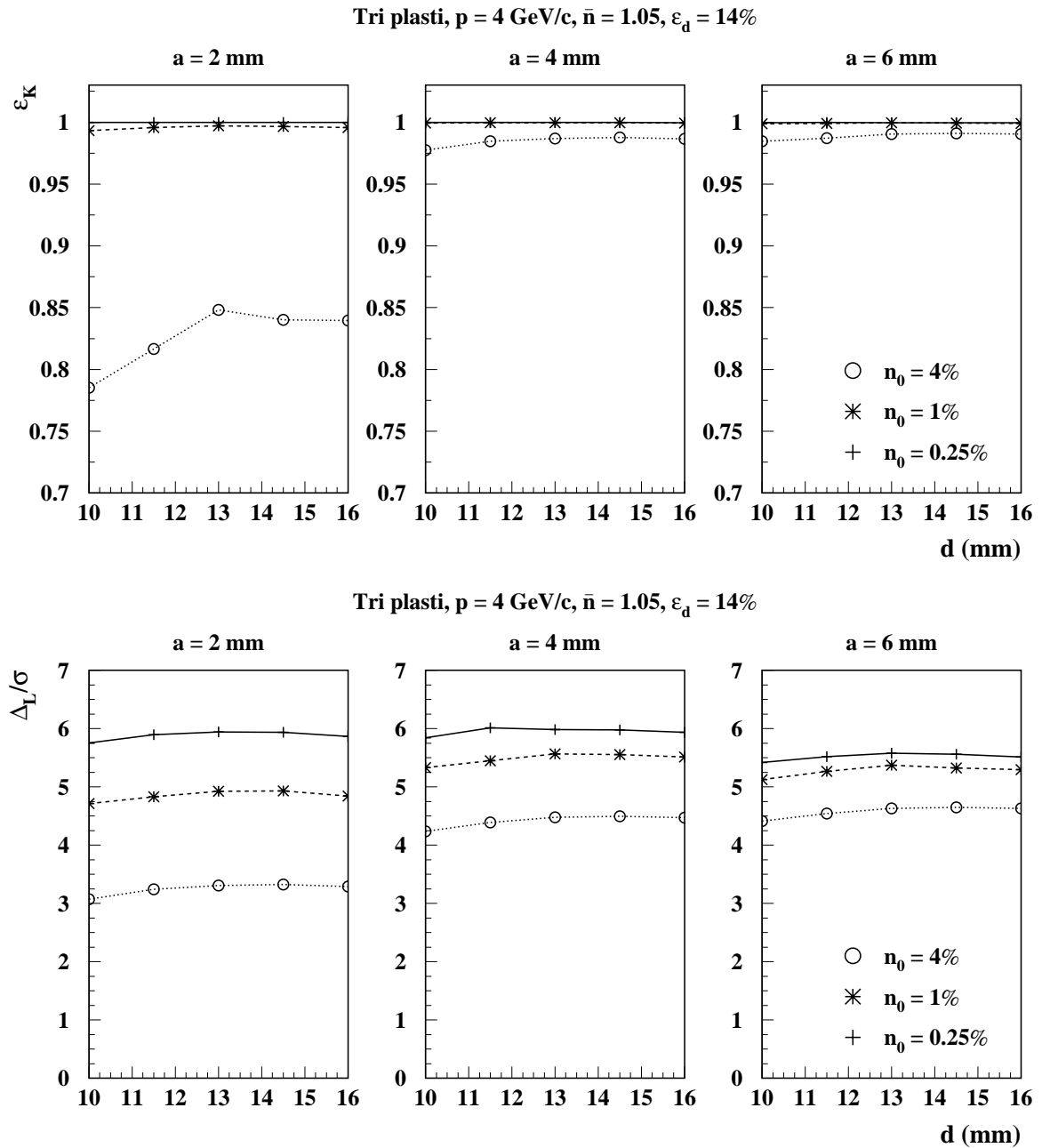
Slika A.5.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od debeline aerogela ( $d$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonkega detektorja.

Izkoristek v odvisnosti od debeline; vpliv ozadja in velikosti celice; dve plasti; 4 GeV/c;



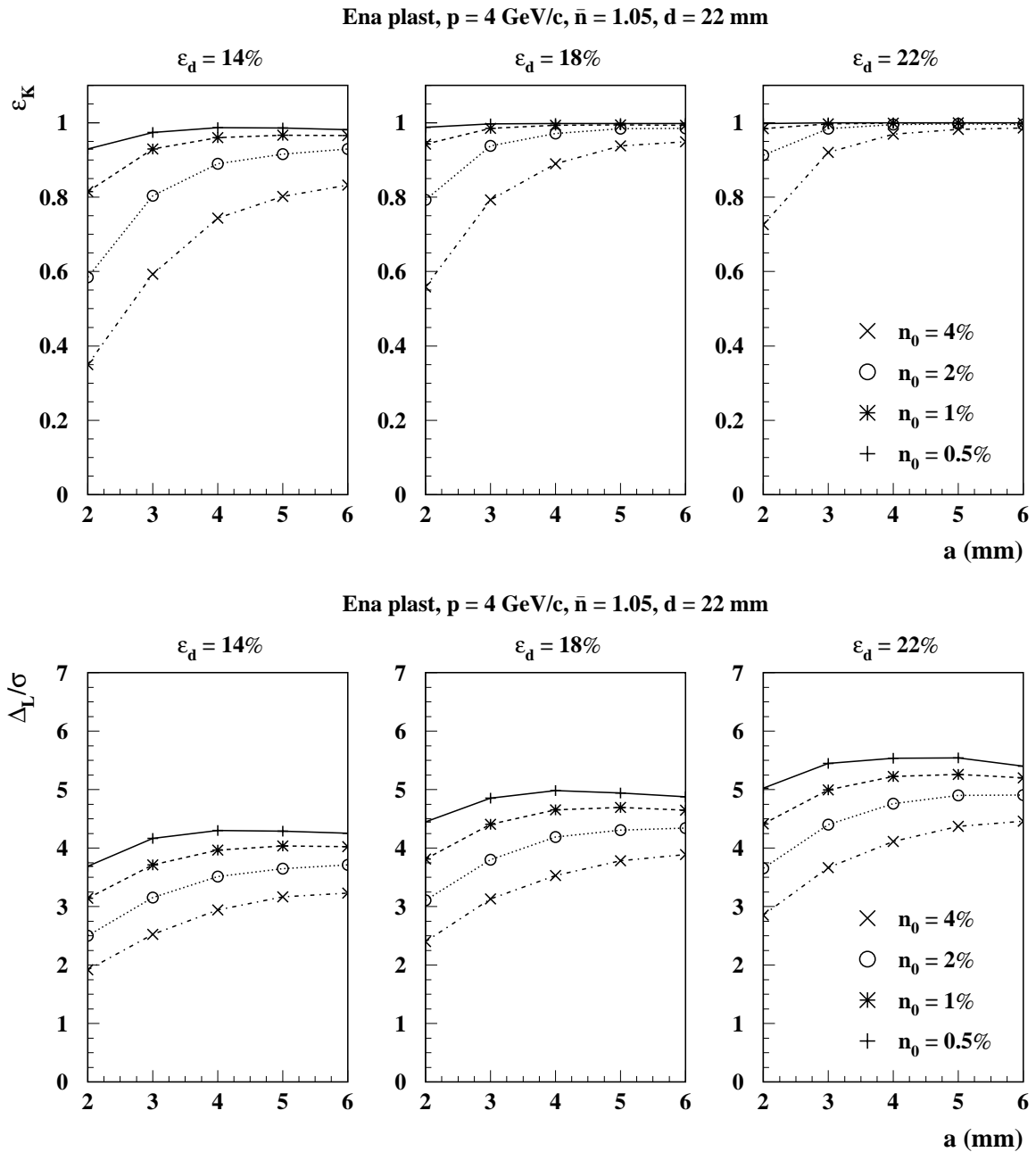
**Slika A.6.:** Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od debeline aerogela ( $d$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonskega detektorja.

Izkoristek v odvisnosti od debeline; vpliv ozadja in velikosti celice; tri plasti; 4 GeV/c;



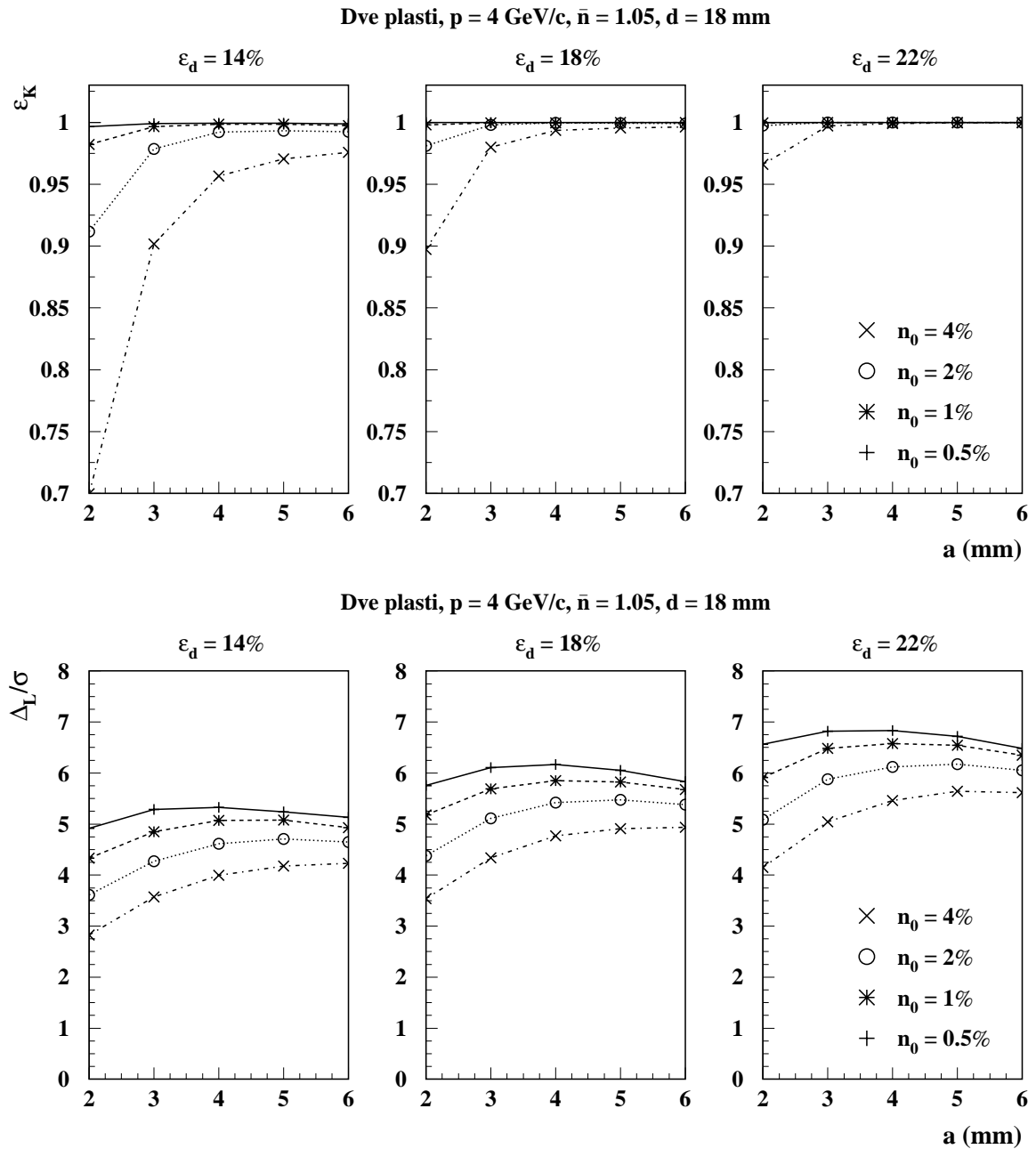
Slika A.7.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od debeline aerogela ( $d$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonkega detektorja.

Izkoristek v odvisnosti od velikosti celice; vpliv ozadja in izkoristka detektorja; ena plast; 4 GeV/c;



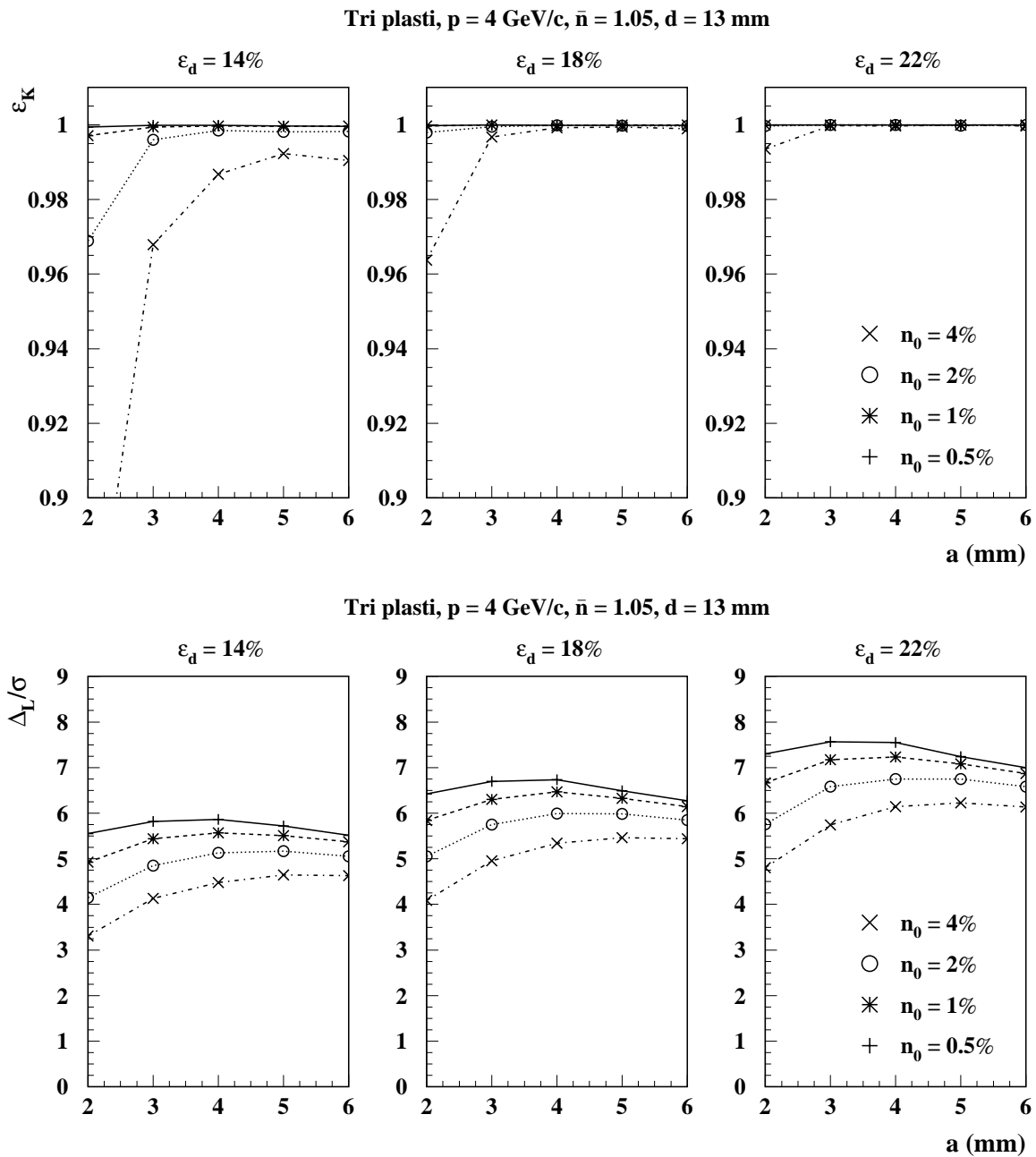
Slika A.8.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od velikosti celice ftonskega detektorja ( $a$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\epsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $d$  debelina aerogela.

Izkoristek v odvisnosti od velikosti celice; vpliv ozadja in izkoristka detektorja; dve plasti; 4 GeV/c;



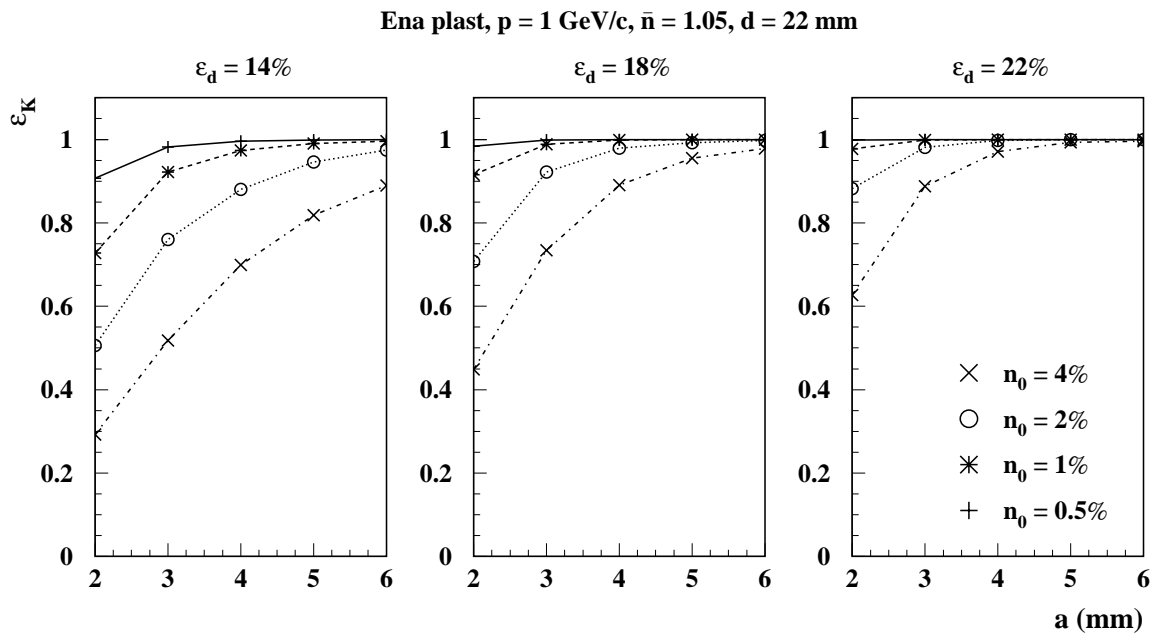
Slika A.9.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od velikosti celice fotonkega detektorja ( $a$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\epsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $d$  debelina aerogela.

Izkoristek v odvisnosti od velikosti celice; vpliv ozadja in izkoristka detektorja; tri plasti; 4 GeV/c;



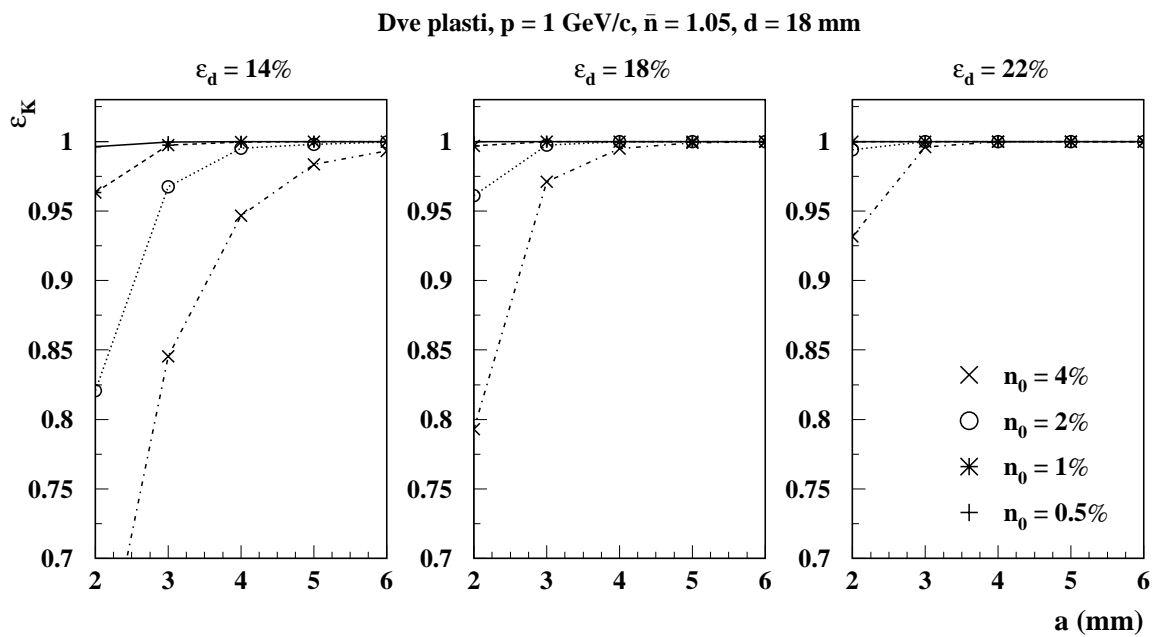
Slika A.10.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od velikosti celice fotskega detektorja ( $a$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije  $\Delta_L/\sigma$  v odvisnosti od debeline aerogela.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $d$  debelina aerogela.

Izkoristek v odvisnosti od velikosti celice; vpliv ozadja in izkoristka detektorja; ena plast; 1 GeV/c;



**Slika A.11.:** Izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od velikosti celice fotonskega detektorja ( $a$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona.  $\epsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $d$  debelina aerogela.

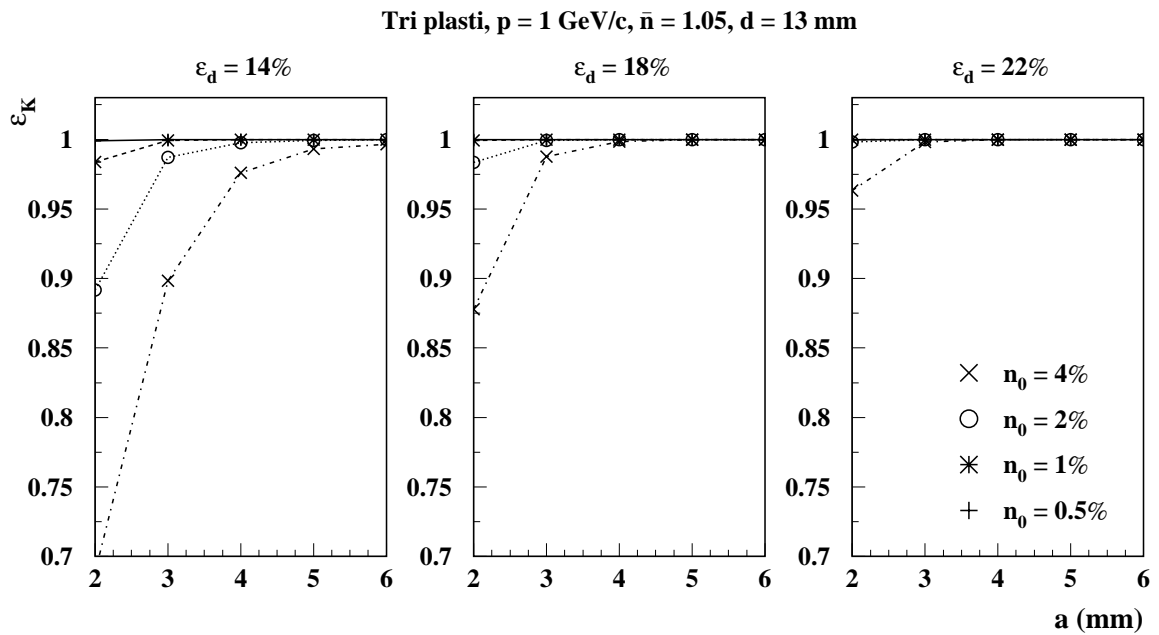
Izkoristek v odvisnosti od velikosti celice; vpliv ozadja in izkoristka detektorja; dve plasti; 1 GeV/c;



Slika A.12.: Izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od velikosti celice fotonskega detektorja ( $a$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona.  $\epsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $d$  debelina aerogela.



Izkoristek v odvisnosti od velikosti celice; vpliv ozadja in izkoristka detektorja; tri plasti; 1 GeV/c;



Slika A.13.: Izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od velikosti celice fotonkega detektorja ( $a$ ) pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona.  $\epsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona pri 400 nm,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $d$  debelina aerogela.

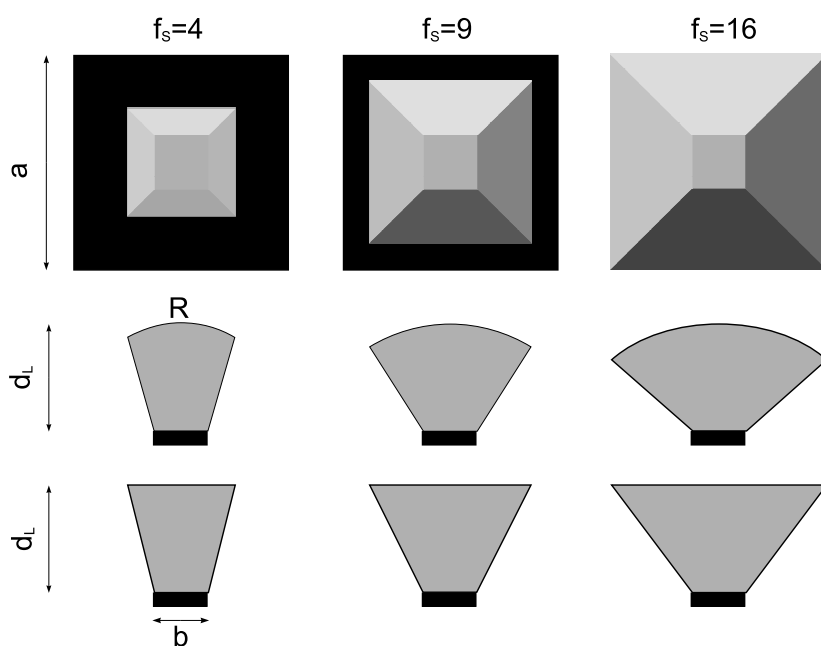


## B. Izkoristek zbiralnika svetlobe

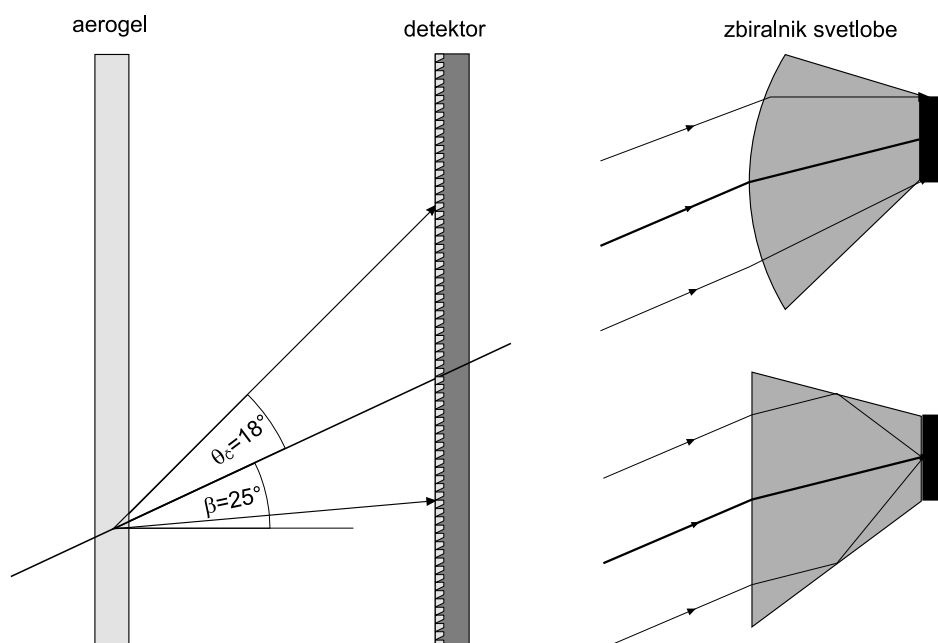
Kot zanimivost si pogledjmo še primer simulacije detektorja z uporabo fotonkega zbiralnika pred aktivno površino celice. Recimo, da imamo aktivno površino velikosti  $1 \times 1 \text{ mm}^2$ , ki jo optično povečamo na  $2 \times 2 \text{ mm}^2$ ,  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  oz.  $4 \times 4 \text{ mm}^2$ . Preučevali smo dva tipa zbiralnikov, svetlobno vodilo z ravno vstopno površino ter zbiralnik z ukrivljeno površino, kot je prikazano na sliki B.1. Velikost kanala postavimo na fiksno vrednost  $4 \times 4 \text{ mm}^2$ , (velikost celice  $a = 4 \text{ mm}$ ) in opazujemo spreminjanje izkoristka za identifikacijo kaona pri poševnem vpadu delca (glede na površino detektorja). Vpadni kot delca v detektorju BELLE je med  $17^\circ$  in  $34^\circ$ . V povprečju torej hitri delci vpadajo pod kotom  $25.5^\circ$ . Z nekoliko deformiranimi zbiralniki za svetlobo (slika B.2), ki bi bili optimilazirani na zbiranje svetlobe pri tem vpadnem kotu, bi povečali izkoristek zbiranja svetlobe. V simulacijah smo spreminjali vpadni kot med  $0$  in  $32^\circ$ . Kot se izkaže, je tudi z neoptimiziranim zbiralnikom možna identifikacija za relativno velike vpadne kote (slika B.3). Predpostavili smo 1% šum detektorja ter izkoristek za detekcijo posameznega fotona na aktivni površini  $\varepsilon_d = 60\%$ . Poudariti je treba, da pri izvrednotenju funkcije zanesljivosti v simulacijah, ni upoštevan izkoristek za detekcijo v odvisnosti od vstopnega kota za foton. Zaradi napačne informacije, so končni rezultati zagotovo slabši kot bi bili, če bi upoštevali pravilno zvezo za izkoristek zbiranja fotonov v odvisnosti od vpadnega kota. Vseeno rezultati kažejo, da je možno zbirati fotone tudi s šestnajtkratno optično povečavo v zelo širokem razponu vpadnega kota iskanega delca. Pravzaprav bi lahko že z neoptimiziranimi svetlobnimi vodniki omogočili  $4\sigma$  ločevanje tudi pri vpadnem kotu  $25^\circ$ , kot je razvidno iz slik B.3 in B.4. Če uporabimo štirikratno ( $f_S = 4$ ) povečavo aktivne površine velikosti  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  in sestavimo elemente tako, da je vsak kanal velikosti  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  (slika B.1), izgubimo 75% fotonov zaradi slabe pokritosti. Pri predpostavljenem izkoristku za detekcijo fotona na aktivni površini  $\varepsilon_d = 60\%$ , je celotni izkoristek za detekcijo posameznega fotona zgolj 15%, kar omogoča približno  $5\sigma$  ločevanje pri pravokotnem vpadu delca (poglavje 5). Kot je razvidno iz slike B.4 je pri pravokotnem vpadu delca, ter pri 15% izkoristku za detekcijo fotona možno ločevanje celo  $5.5\sigma$ . Pri pravokotnem vpadu delca priletijo fotoni na detektor pod kotom  $18^\circ$ , pri poševnem vpadu delca ( $\beta = 25^\circ$ ) pa je ta kot med  $7^\circ$  in  $43^\circ$  (slika B.2). Dejstvo da je ločevanje pri vpadnem kotu delca  $\beta = 25^\circ$  zgolj  $\approx 4\sigma$  nam pove, da smo izgubili približno polovico vseh fotonov zaradi prevelikega vpadnega kota fotonov na detektorju

$$\frac{\Delta_L^{0^\circ}/\sigma}{\Delta_L^{25^\circ}/\sigma} = \frac{5.5}{3.9} \approx \sqrt{2} \propto \frac{\sqrt{N_d^0}}{\sqrt{N_d^{25}}}$$

Če želimo v detektorju obročev Čerenkova zagotoviti ločevanje velikosti  $5\sigma$ , moramo zagotoviti boljši izkoristek povečave, bodisi uporabimo večje število kanalov in zagotovimo večjo pokritost detektorja, ali pa uporabimo prilagojene zbiralnike svetlobe, ki bi omogočali visok izkoristek zbiranja tudi pri večjih vpadnih kotih delcev.

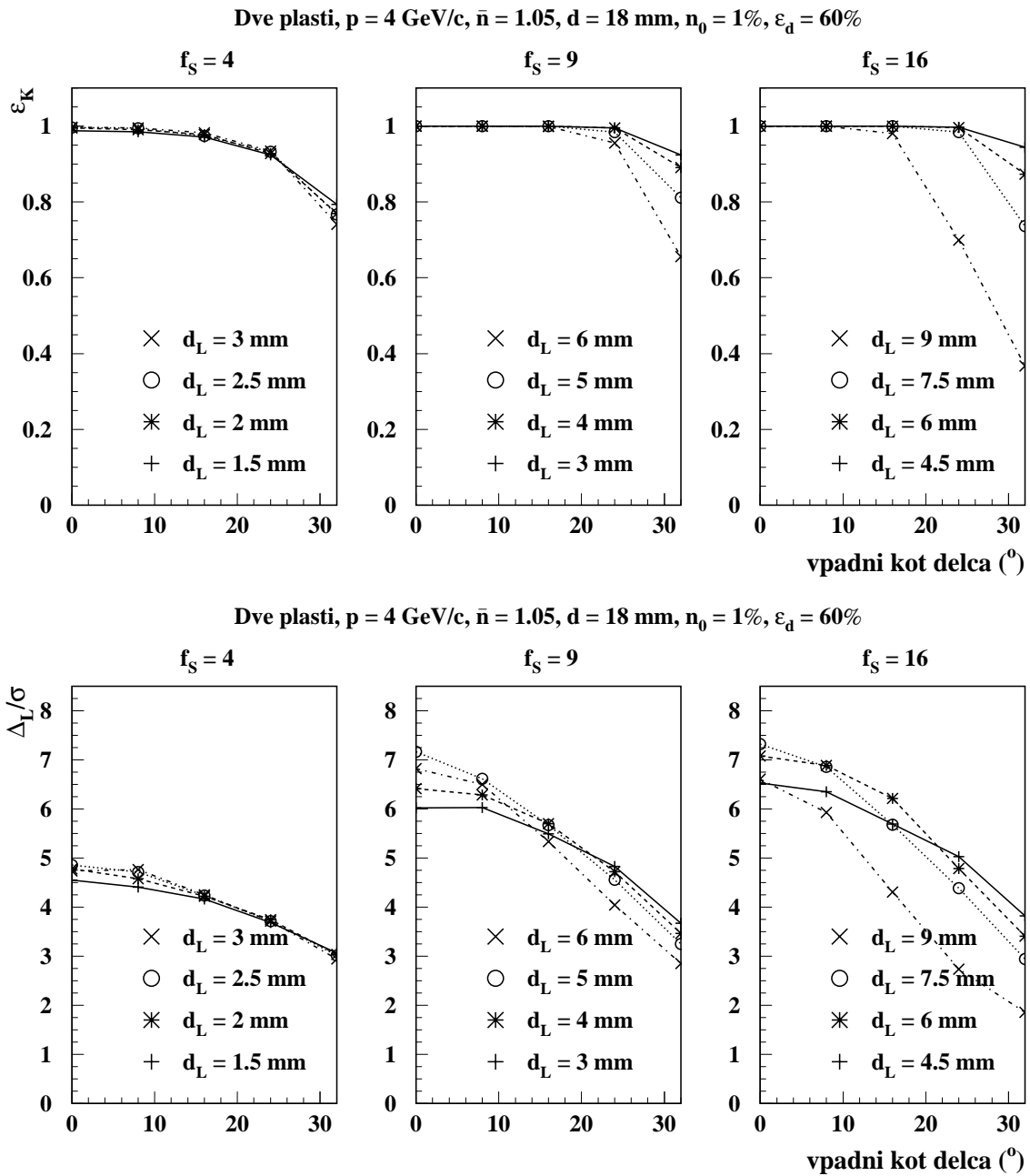


**Slika B.1.:** Preučevali smo dva tipa zbiralnika svetlobe; svetlobno vodilo z ravno vstopno površino in svetlobno vodilo z ukrivljeno površino pri treh različnih faktorjih povečave  $f_s$  in različnih dimenzijah vodil  $d_L$  in krivinskih radijih leč  $R$ .



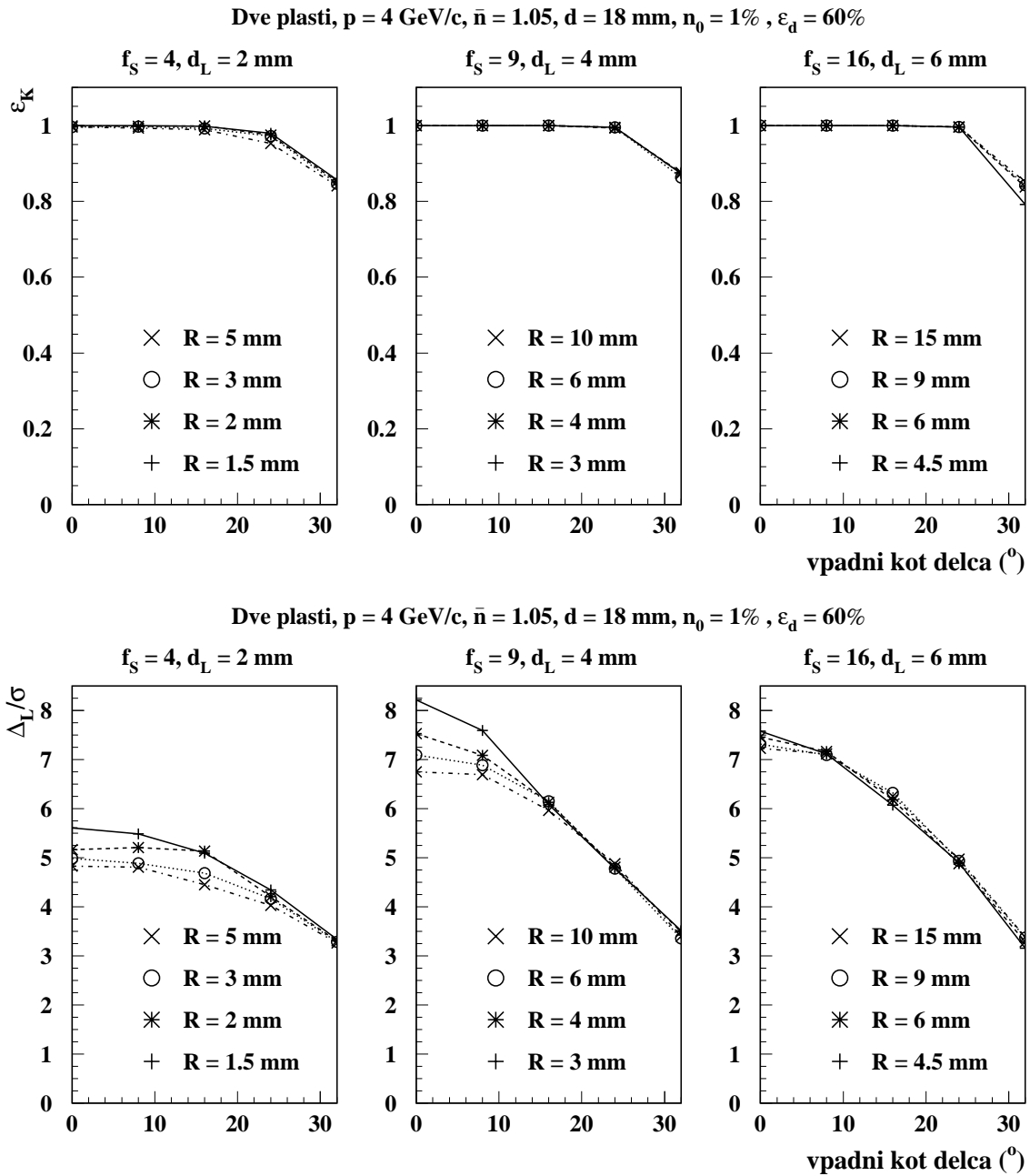
**Slika B.2.:** Z nekoliko deformiranim zbiralnikom, bi bil izkoristek za zbiranje svetlobe večji, saj je povprečni vpadni kot delca  $25^\circ$ .

## Izkoristek za identifikacijo v odvisnosti od dolžine svetlobnega vodnika



Slika B.3.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od vpadnega kota delca pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije. Rezultati za svetlobni vodnik dolžine  $d_L$ , brez leče.  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona, ki prileti do aktivne površine,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonskega detektorja in  $f_S$  faktor povečanja aktivne površine, ki znaša  $S_0 = 1 \text{ mm}^2$ .

Izkoristek za identifikacijo v odvisnosti od krivinskega radija leče



Slika B.4.: Zgoraj: izkoristek za identifikacijo kaona v odvisnosti od vpadnega kota delca pri 1% verjetnosti za napačno identifikacijo piona. Spodaj: učinkovitost identifikacije. Rezultati za svetlobni vodnik dolžine  $d_L$  z ukrivljeno vstopno površino s krivinskim radijem  $R$ .  $\varepsilon_d$  je izkoristek za detekcijo posameznega fotona, ki prileti do aktivne površine,  $\bar{n}$  je povprečni lomi količnik,  $n_0$  relativni delež zašumljenih kanalov in  $a$  velikost celice fotonskega detektorja in  $f_S$  faktor povečanja aktivne površine, ki znaša  $S_0 = 1 \text{ mm}^2$ .

# C. Izpeljava povprečnih vrednosti

## Povprečna vrednost

### Binarni detektor

Če detektor razločuje samo med zadetim in praznim kanalom je logaritem funkcije zanesljivosti:

$$\ln L = -N + \sum_i \ln(e^{\mu_i} - 1),$$

kjer je  $\mu_i = n_{bg} + n_i$  povprečno število detektiranih fotonov v kanalu  $i$ ,  $N = \sum_i \mu_i$  povprečno število detektiranih fotonov. Vsota teče po vseh zadetih kanalih. Razlika  $\Delta \ln L$  za  $K$  in  $\pi$  je

$$\Delta \ln L = \ln L_K - \ln L_\pi = -\Delta N + \sum_i \ln \left( \frac{e^{\mu_i} - 1}{e^{\nu_i} - 1} \right),$$

kjer z  $\nu_i$  označimo povprečno število detektiranih fotonov na kanal  $i$  za pion. S  $P_i$  označimo verjetnost, da je kanal zadet vsaj enkrat:

$$P_i = (1 - e^{-\mu_i}),$$

z  $N_i$  pa verjetnost da ni zadet,

$$N_i = e^{-\mu_i}.$$

Zapišemo še

$$\ln_i = \ln \left( \frac{e^{\mu_i} - 1}{e^{\nu_i} - 1} \right).$$

Imamo dogodek, poznamo vse parametre, poznamo center obroča. Zanima nas  $\overline{\Delta \ln L}$ . Če imamo en kanal, je ta lahko zadet, ali pa ne. Če je zadet, dobimo prispevek k funkciji zanesljivost, zato je

$$\overline{\Delta \ln L} = -\Delta N + P_1 \ln_1.$$

Recimo, da imamo 2 kanala. Možni dogodki so: brez zadetka  $N_1 N_2$ , en zadet:  $P_1 N_2, N_1 P_2$ , oba zadeta  $P_1 P_2$ , torej  $\overline{\Delta \ln L}$  je:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta \ln L} &= -\Delta N + P_1 N_2 \ln_1 + P_2 N_1 \ln_2 + P_1 P_2 (\ln_1 + \ln_2) = \\ &= -\Delta N + P_1 (P_2 + N_2) \ln_1 + P_2 (P_1 + N_1) \ln_2 = \\ &= -\Delta N + P_1 \ln_1 + P_2 \ln_2. \end{aligned}$$

Za splošen primer (število kanalov  $N_{ch}$ ) je torej (brez dokaza):

$$\overline{\Delta \ln L} = -\Delta N + \sum_{i=1}^{N_{ch}} P_i \ln_i. \quad (\text{C.1})$$

## Števni detektor

V primeru ko detektor lahko razločuje med številom fotonov v posameznem kanalu pa je

$$\ln L = -N + \sum_i n_i \ln(\mu_i),$$

S  $P_i(k)$  označimo verjetnost da v kanalu  $i$  izmerimo  $k$  zadetkov

$$P_i(k) = \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^k}{k!}.$$

Zapišemo tako kot prej

$$\ln_i = \ln\left(\frac{\mu_i}{\nu_i}\right).$$

Spet vzamemo primer detektorja z dvema kanaloma. Povprečna vrednost verjetnostne funkcije je:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta \ln L} &= -\Delta N + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} P_1(i) P_2(j) (i \ln_1 + j \ln_2) = \\ &= -\Delta N + \sum_{i=1}^{\infty} i P_1(i) \ln_1 + i P_2(i) \ln_2 = \\ &= -\Delta N + \sum_{i=1}^{\infty} \mu_1 P_1(i-1) \ln_1 + \mu_2 P_2(i-1) \ln_2 = \\ &= -\Delta N + \mu_1 \ln_1 + \mu_2 \ln_2. \end{aligned}$$

Pri izpeljavi upoštevamo, da velja  $\sum_{i=0}^{\infty} P(i) = 1$ . V splošnem primeru je torej (brez dokaza):

$$\overline{\Delta \ln L} = -\Delta N + \sum_{i=1}^{N_{ch}} \mu_i \ln_i. \quad (C.2)$$

## Varianca

### Binarni detektor

Po definiciji je  $\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ , potrebujemo torej  $\overline{(\Delta \ln L)^2}$ .  $\Delta N$  postavim na 0, saj je to konstanta in ne prispeva nič k napaki, recimo da imamo dva kanala:

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta \ln L)^2} &= P_1 N_2 \ln_1^2 + P_2 N_1 \ln_2^2 + P_1 P_2 (\ln_1 + \ln_2)^2 \\ &= P_1 \ln_1^2 + P_2 \ln_2^2 + P_1 P_2 \ln_1 \ln_2 + P_2 P_1 \ln_2 \ln_1. \end{aligned}$$

V splošnem primeru je (brez dokaza):

$$\overline{(\Delta \ln L)^2} = \sum_i P_i \ln_i^2 + \sum_{i,j \neq i} P_i P_j \ln_i \ln_j.$$



Varianca je torej:

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \sum_i P_i \ln_i^2 + \sum_{i,j \neq i} P_i P_j \ln_i \ln_j - \left( \sum_i P_i \ln_i \right)^2 = \\
 &= \sum_i P_i \ln_i^2 + \sum_{i,j \neq i} P_i P_j \ln_i \ln_j - \sum_{i,j} P_i P_j \ln_i \ln_j = \\
 &= \sum_i P_i \ln_i^2 - \sum_i P_i^2 \ln_i^2 = \\
 &= \sum_i P_i N_i \ln_i^2. \tag{C.3}
 \end{aligned}$$

## Števni detektor

Zopet pogledjmo na primeru detektorja z dvema kanaloma

$$\begin{aligned}
 \overline{(\Delta \ln L)^2} &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} P_1(i) P_2(j) (i \ln_1 + j \ln_2)^2 \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} P_1(i) P_2(j) (i^2 \ln_1^2 + j^2 \ln_2^2 + ij \ln_1 \ln_2 + ji \ln_2 \ln_1).
 \end{aligned}$$

Izračunati moramo  $\sum_{i=0}^{\infty} P(i) i^2$ :

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=0}^{\infty} P(i) i^2 &= P(1) + \sum_{i=2}^{\infty} P(i) i^2 = \\
 &= P(1) + \mu^2 \sum_{i=2}^{\infty} P(i-2) + \mu \sum_{i=2}^{\infty} P(i-1) = \\
 &= \mu^2 + \mu
 \end{aligned}$$

V splošnem primeru je torej (brez dokaza):

$$\overline{(\Delta \ln L)^2} = \sum_i (\mu_i^2 + \mu_i) \ln_i^2 + \sum_{i,j \neq i} \mu_i \mu_j \ln_i \ln_j,$$

in varianca znaša

$$\sigma^2 = \sum_i \mu_i \ln_i^2. \tag{C.4}$$

## Povprečenje pozicije centra obroča

Zgornji računi veljajo v primeru točno določenih parametrov. Potrebno je še povprečiti po različnih pozicijah centra obroča. Recimo, da imamo mrežo kanalov  $n \times n$ , kanal je kvadrat dimenzij  $a \times a$ . Z  $(x, y)$  označimo pozicijo centra obroča (ta je enakomerno porazdeljena).  $P_i$  in  $\ln_i$  sta odvisna od razdalje do centra obroča in naklona, lahko zapišemo:

$$P_i = P_i(x_i - x, y_i - y),$$

$$\ln_i = \ln_i(x_i - x, y_i - y),$$

kjer je  $(x_i, y_i)$  pozicija kanala. Dovolj je, da integriram samo po površini  $S_0$  enega kanala:

$$\overline{\Delta \ln L} = -\Delta N + \frac{1}{S_0} \int \int_{S_0} dx dy \sum_{i=1}^{N_{ch}} P_i(x_i - x, y_i - y) \ln_i(x_i - x, y_i - y).$$

V vsakem od integralov je integrand premaknjen za vektor kanala, ta premik lahko prestavimo v meje integriranja in se izkaže, da lahko zgornjo vsoto prevedemo na integral po celotni površini detektorja:

$$\overline{\Delta \ln L} = -\Delta N + \frac{1}{S_0} \int \int_S dx dy P(x, y) \ln(x, y).$$

V enačbah C.1, C.2, C.3 in C.4 moramo vsoto nadomestiti z integralom

$$\sum_{i=0}^{N_{ch}} \rightarrow \frac{1}{S_0} \int_S dS. \tag{C.5}$$

Računi veljajo samo za primer neskončno velikega detektorja, tako da je vedno celotni Čerenkov obroč znotraj detekcijskega območja.

## D. Enostaven model

Najenostavnejši model za opis identifikacijske metode, ki ga si ga lahko zamislimo in še upamo na primerljive rezultate je, če privzamemo stopničasto porazdelitev porazdelitvene zadetkov  $\mu(r)$ .

$$\mu(r) = \begin{cases} n_0 + n'_f & \text{če } r_0 - s/2 < r < r_0 + s/2, \\ n_0 & \text{sicer} \end{cases},$$

s širino stopnice  $s = \sqrt{12}\sigma$  in  $n'_f = \frac{N_0 S_0}{2\pi r_0 s} = \frac{N_0 S_0}{2\pi r_0 \sqrt{12}\sigma}$ . Iz zvez 4.3 in 4.4 dobimo po integraciji;

$$\overline{\Delta \ln L} = \frac{2\pi r_0 \delta_r n'_f}{S_0} \ln \left( \frac{n_0 + n'_f}{n_0} \right), \quad (\text{D.1})$$

$$\sigma_L^2 = \frac{2\pi r_0 \delta_r (2n_0 + n'_f)}{S_0} \ln^2 \left( \frac{n_0 + n'_f}{n_0} \right). \quad (\text{D.2})$$

Lahko zapišem

$$\left( \frac{\overline{\ln \Delta L}}{\sigma_L} \right) = \frac{\overline{\ln \Delta L_0}}{\sigma_{L_0}} \left( 1 + 2 \frac{n_0}{n'_f} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{D.3})$$

kjer je  $\frac{\overline{\ln \Delta L_0}}{\sigma_{L_0}} = \sqrt{\frac{N_0 \delta_r}{\sqrt{12}\sigma}}$ . Primerjava z 4.7 in 4.10 nam da vedeti, da tako dobljeni rezultati niso točni, vseeno pa lahko s tem modelom ocenimo, koliko na izkoristek identifikacije vpliva večanje ozadja  $n_0$ .



# Literatura

- [1] A. Abashian et al. The Belle detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*.
- [2] I. Adachi, S. Fratina, T. Fukushima, A. Gorišek, T. Iijima, H. Kawai, M. Konishi, S. Korpar, Y. Kozakai, P. Križan, T. Matsumoto, Y. Mazuka, S. Nishida, S. Ogawa, S. Ohtake, R. Pestotnik, S. Saitoh, T. Seki, T. Sumiyoshi, M. Tabata, Y. Uchida, Y. Unno, and S. Yamamoto. Study of highly transparent silica aerogel as a RICH radiator. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 553:146–151, November 2005.
- [3] E. Aschenauer et al. Optical characterization of  $n=1.03$  silica aerogel used as radiator in the RICH of HERMES. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 440:338–347, February 2000.
- [4] S. Agostinelli et al. Geant4: A simulation toolkit. *Nucl. Instrum. Meth.*, A506:250–303, 2003.
- [5] R. Forty. RICH pattern recognition for LHCb. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 433:257–261, August 1999.
- [6] HAMAMATSU Photonics. Katalog produktov.  
[http://www.sales.hamamatsu.com/assets/pdf/catsandguides/mppc\\_kapd0002e02.pdf](http://www.sales.hamamatsu.com/assets/pdf/catsandguides/mppc_kapd0002e02.pdf).
- [7] S. Hashimoto and M. Hazumi. Letter of Intent for KEK Super B Factory, Part I: Physics. Technical report, 10 March 2004.
- [8] A. Kodre I. Kuščer. *Matematika v fiziki in tehniki*. Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana, 1994.
- [9] J. Haba. Letter of Intent for KEK Super B Factory, Part II: Detector. Technical report, April 2004.
- [10] J. W. Flanagan and Y. Ohnishi. Letter of Intent for KEK Super B Factory, Part III: Accelerator Design. Technical report, 9 August 2004.
- [11] J.D.Jackson. *Classical electrodynamics, 2nd edition*. John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [12] T. Matsumoto, S. Korpar, I. Adachi, S. Fratina, T. Iijima, R. Ishibashi, H. Kawai, P. Krizan, S. Ogawa, R. Pestotnik, S. Saitoh, T. Seki, T. Sumiyoshi, K. Suzuki, T. Tabata, Y. Uchida, and Y. Unno. Studies of proximity focusing rich with an aerogel radiator using flat-panel multi-anode pmts (hamamatsu h8500). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 521:367, 2004.
- [13] Nepomuk Otte. The silicon photomultiplier: A new device for high energy physics, astroparticle physics, industrial and medical applications. In the Proceedings of International Symposium on Detector Development for Particle, Astroparticle and Synchrotron Radiation Experiments (SNIC 2006), Menlo Park, California, 3-6 Apr 2006.

- [14] D. Renker. Geiger-mode avalanche photodiodes, history, properties and problems. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 567:48–56, November 2006.
- [15] W.R. Leo. *Techniques for nuclear and particle Physics experiments*. Springer, Berlin and Heidelberg, 1987.

Izjavljam, da sem diplomsko delo izdelal samostojno pod vodstvom mentorja Petra Križana.  
Izkazano pomoč drugih sodelavcev sem v celoti navedel v zahvali.